



CONVERSIONS NUMERIQUE → ANALOGIQUE

ANALOGIQUE → NUMERIQUE

Pierre Le Bars
(avec la collaboration de Francis Gary)
lebars@moniut.univ-bpclermont.fr

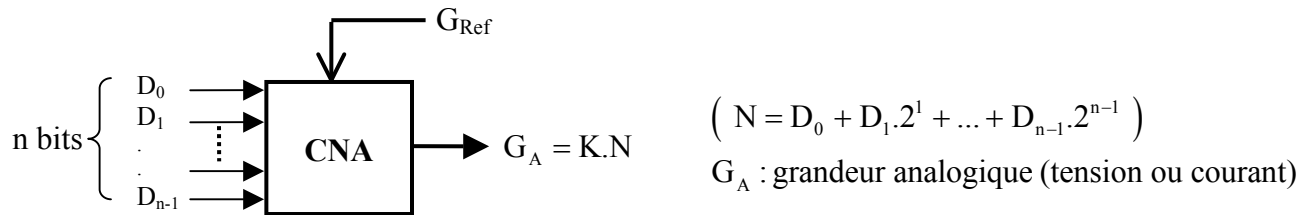
CONVERSIONS NUMERIQUE → ANALOGIQUE ANALOGIQUE → NUMERIQUE

I/ Problème général des convertisseurs

-1- Convertisseur numérique → analogique (CNA)

1.1. But d'un CNA

Un CNA doit convertir une grandeur numérique (variable à temps discret et à valeurs discrètes) en une grandeur analogique (variable à temps continu et à valeurs continues).



K est une constante de conversion caractéristique du CNA.

1.2. Principaux paramètres caractéristiques

1.2.1 Nombre de bits

Ce nombre n détermine la valeur maximale de N :

$$N_{\text{MAX}} = 2^n - 1 \quad \Leftrightarrow \quad 0 \leq N \leq 2^n - 1$$

1.2.2. Quantum de conversion

Le quantum de conversion Q indique la plus petite variation de la grandeur analogique de sortie G_A . Autrement dit, lorsque N passe d'une valeur N_0 à $N_0 + 1$, G_A passe d'une valeur G_{A0} à $G_{A0} + Q$:

$$\left. \begin{array}{l} G_{A0} = K \cdot N_0 \\ G_{A0} + Q = K \cdot (N_0 + 1) \end{array} \right\} \Rightarrow K = Q$$

On peut donc écrire :

$G_A = Q \cdot N$

Le quantum Q est souvent désigné par le sigle LSB (Least Significant Bit) dans les documentations des constructeurs.

1.2.3. Résolution

La résolution donne la valeur relative du quantum de conversion :

$$r = \frac{Q}{G_{\text{AMAX}}} = \frac{Q}{Q \cdot N_{\text{MAX}}} = \frac{1}{N_{\text{MAX}}} = \frac{1}{2^n - 1}$$

où G_{AMAX} est la valeur maximale de la grandeur analogique de sortie, souvent désignée par FSR (Full-Scale Range) dans les documentations.

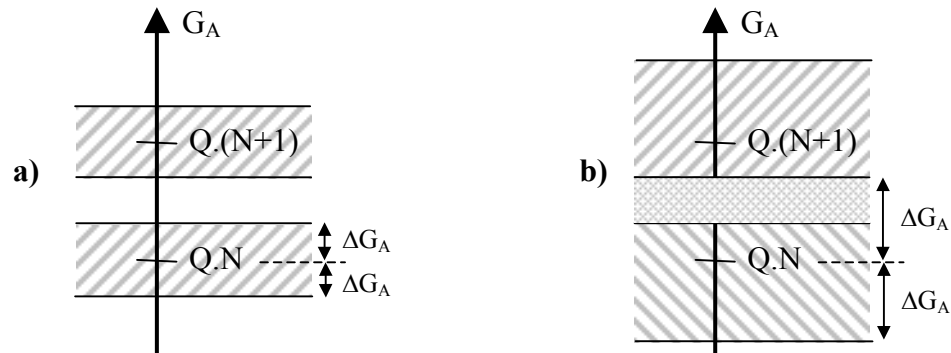
En résumé, si G_{Ref} désigne la grandeur de référence :

$$Q = \frac{G_{Ref}}{2^n} = 1 \text{ LSB} ; G_{MAX} = (2^n - 1) \cdot Q = G_{Ref} \cdot \frac{2^n - 1}{2^n} = FSR ; r = \frac{Q}{G_{MAX}} = \frac{1}{2^n - 1}$$

1.3. Problème général des convertisseurs

Le quantum de conversion Q est défini avec une certaine précision. Il y a une incertitude absolue ΔQ sur Q .

Lorsqu'on affiche un nombre N , il y a une incertitude $\Delta G_A = N \cdot \Delta Q$ sur la grandeur analogique G_A .



Lorsque N augmente d'une unité, G_A passe à $G_A + Q$.

Si $\Delta G_A > Q/2$ (cas b ci-dessus), on peut avoir, par exemple pour 4 bits :

$$G_A(1110) > G_A(1111)$$

Autrement dit, le dernier bit n 'est pas significatif !

La condition à imposer est :

$$\Delta G_A < \frac{Q}{2} \Rightarrow N \cdot \Delta Q < \frac{Q}{2} \Rightarrow \frac{\Delta Q}{Q} < \frac{1}{2 \cdot N} \quad \forall N$$

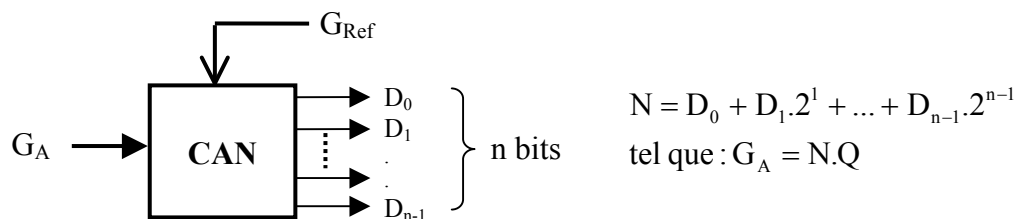
en particulier dans le cas le plus défavorable : $N = N_{MAX}$. Il faut donc que :

$$\frac{\Delta Q}{Q} < \frac{1}{2 \cdot N_{MAX}} = \frac{1}{2 \cdot (2^n - 1)} \quad \text{soit approximativement : } \boxed{\frac{\Delta Q}{Q} < \frac{1}{2^{n+1}}}$$

-2- Convertisseur analogique → numérique (CAN)

2.1. But du CAN

Le CAN doit effectuer l'opération inverse : convertir une grandeur analogique (à temps continu et valeurs continues) en une grandeur numérique (à temps discret et à valeurs discrètes) :



2.2. Principaux paramètres caractéristiques

Ce sont les mêmes que pour les CNA, et les problèmes de précision sont les mêmes.

2.3. Exemple

Prenons la carte d'acquisition utilisée en TP Au ou En : les grandeurs analogiques sont des tensions et $V_{\text{Ref}} = 10,24 \text{ V}$. Le convertisseur est un convertisseur 12 bits :

$$Q = \frac{V_{\text{Ref}}}{2^n} = \frac{10,24}{4096} = 2,5 \text{ mV}$$

La précision sur Q dépend de la précision de la tension de référence :

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta V_{\text{Ref}}}{V_{\text{Ref}}} < \frac{1}{2 \times 4096} \text{ soit approximativement } \frac{1}{80} \%$$

La tension de référence doit donc être définie à 1,25 mV près :

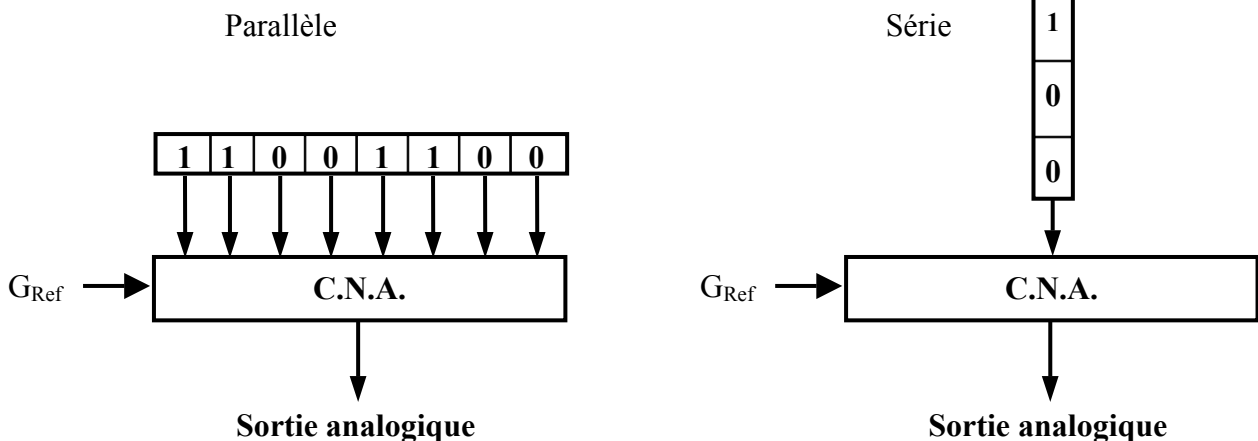
$$V_{\text{Ref}} = 10,240 \pm 0,001 \text{ V}$$

Remarque : si on disposait d'un CAN 16 bits, le quantum serait $Q = 156,25 \mu\text{V}$ et il faudrait que : $V_{\text{Ref}} = 10,240000 \pm 0,000075 \text{ V}$

Il faudra garder à l'esprit ces problèmes de précision pour comparer les différentes réalisations de convertisseurs.

II/ Convertisseurs numérique → analogique

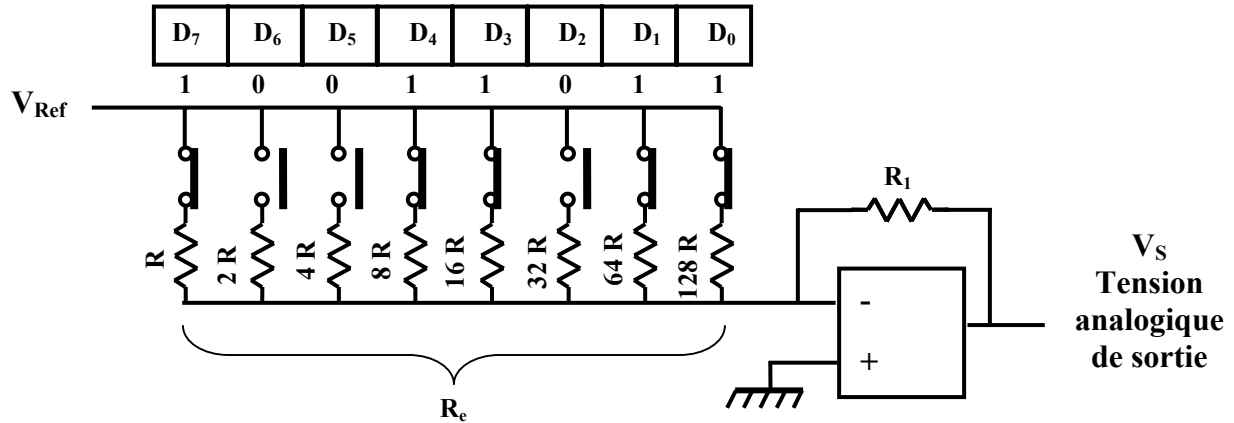
-1- CNA série et CNA parallèle



De nombreux principes ont pu être adoptés pour assurer la conversion $N \rightarrow A$. En pratique, on emploie essentiellement des convertisseurs de type parallèle (les bits du mot numérique sont appliqués en parallèle) de préférence à des convertisseurs du type série où les bits du mot numérique sont appliqués en série. Les convertisseurs du premier type sont par principe plus rapides que les seconds, mais exigent davantage de composants.

-2- Convertisseurs à résistances pondérées

Principe :



$$V_S = -V_{Ref} \cdot \frac{R_1}{R} \cdot \left(D_7 + \frac{D_6}{2} + \frac{D_5}{4} + \frac{D_4}{8} + \frac{D_3}{16} + \frac{D_2}{32} + \frac{D_1}{64} + \frac{D_0}{128} \right)$$

$$= -\frac{V_{Ref}}{128} \cdot (D_7 \cdot 2^7 + D_6 \cdot 2^6 + D_5 \cdot 2^5 + D_4 \cdot 2^4 + D_3 \cdot 2^3 + D_2 \cdot 2^2 + D_1 \cdot 2^1 + D_0 \cdot 2^0) \quad \text{si } R_1 = R$$

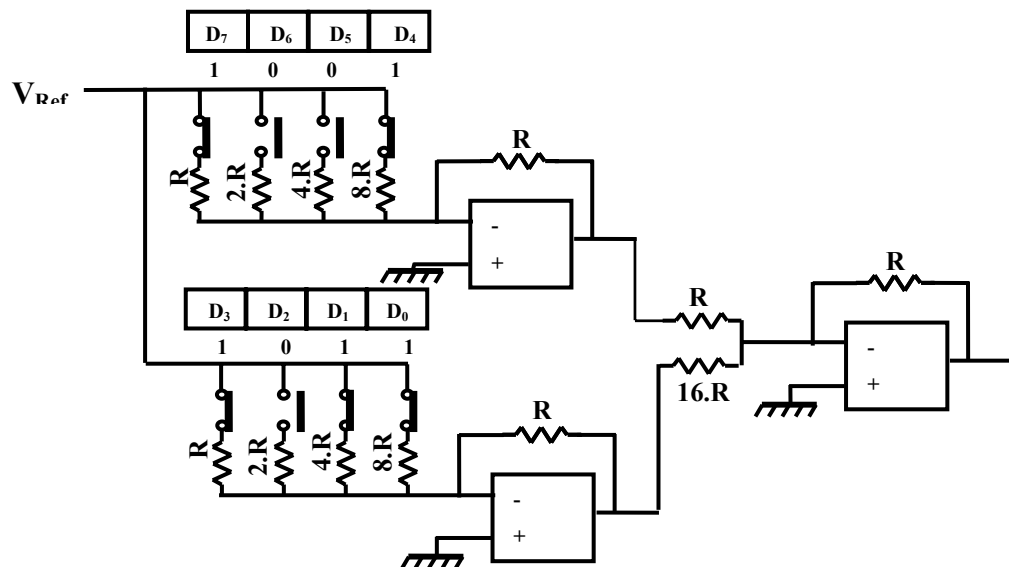
Le quantum de conversion est $|Q| = \frac{V_{Ref}}{128}$

Intérêts : simplicité et vitesse de conversion.

Problèmes de réalisation :

- il faut que l'incertitude sur la résistance $2^{n-1} \cdot R$ soit inférieure à R
 $(n = 8 \Rightarrow \Delta(128 \cdot R) < R)$. Surtout il faut que ces 2 résistances varient de la même façon au cours du temps et en fonction de la température. Or elles dissipent des puissances différentes : $P_R = \frac{V_{Ref}^2}{R}$ et $P_{128 \cdot R} = \frac{V_{Ref}^2}{128 \cdot R} = \frac{P_R}{128}$
- L'impédance d'entrée du montage est variable en fonction du nombre N affiché : $2^{n-1} \cdot R \geq R_e \geq \frac{2^{n-1}}{2^n - 1} \cdot R \approx \frac{R}{2}$. Si on veut par exemple $R_e \geq 10 \text{ k}\Omega$, il faudra prendre $R = 20 \text{ k}\Omega \Rightarrow 128 \cdot R = 2,56 \text{ M}\Omega$, résistance élevée difficile à réaliser en circuit intégré.

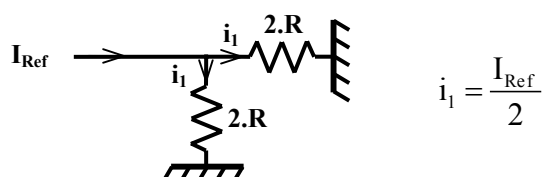
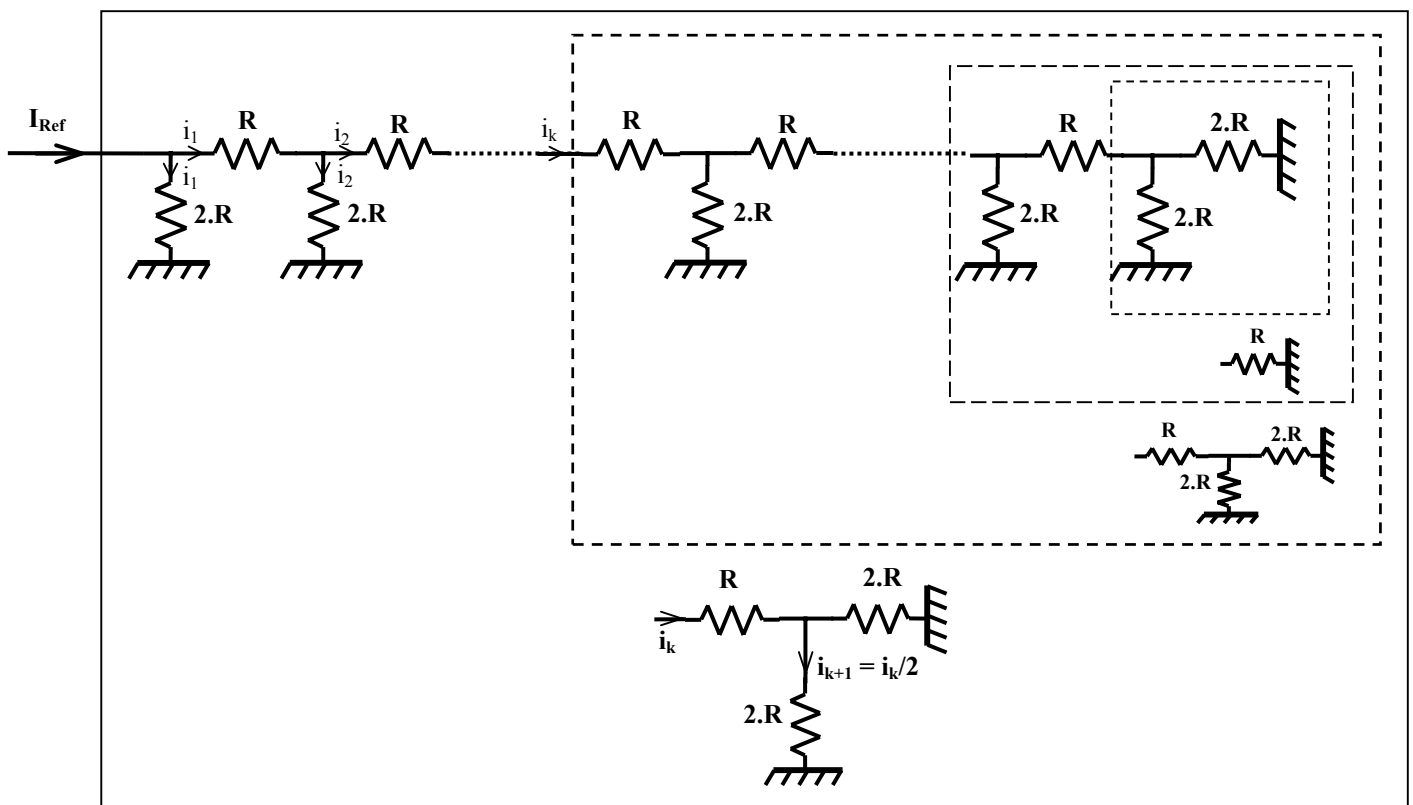
Variante utilisant 2 amplificateurs opérationnels supplémentaires :



Ce type de convertisseur à résistances pondérées (ou sa variante) est utilisé pour un faible nombre de bits (4 par exemple)

-3- Convertisseur à échelle R - 2.R

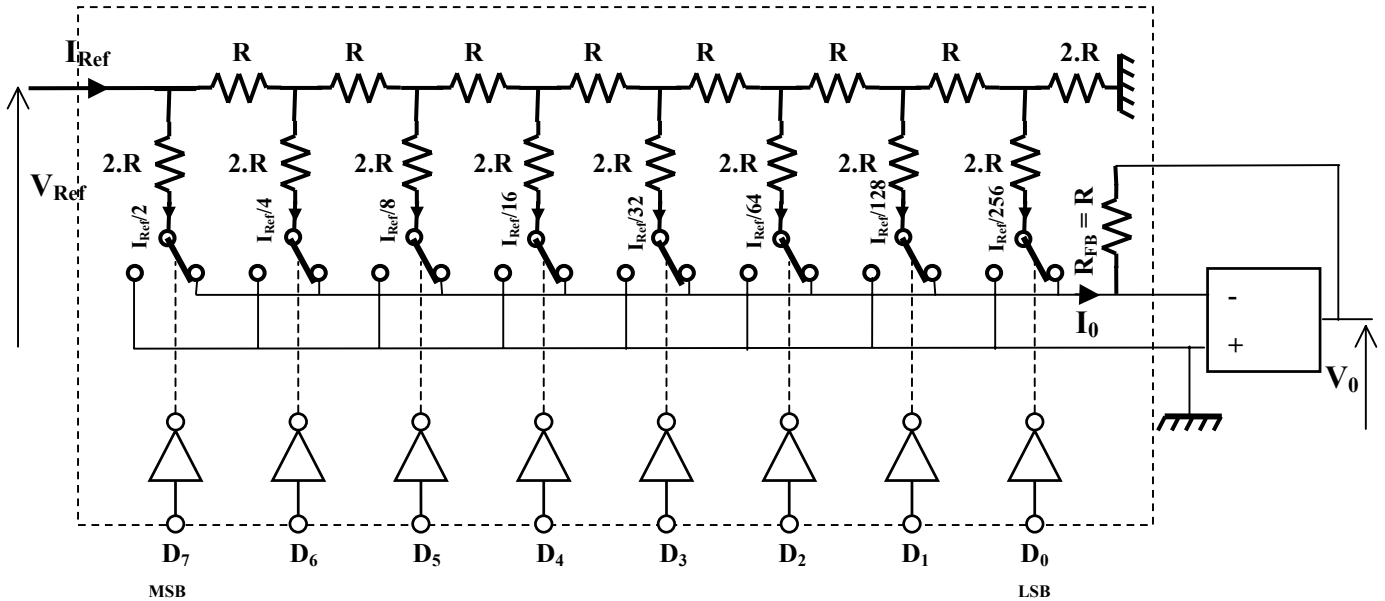
Principe :



A chaque nœud, le courant se partage en deux :

$$i_1 = \frac{I_{Ref}}{2} ; i_2 = \frac{i_1}{2} = \frac{I_{Ref}}{4} ; \dots ; i_k = \frac{i_{k-1}}{2} = \frac{I_{Ref}}{2^k}$$

Réalisation pratique :



Sortie en courant :

$$I_0 = \frac{I_{Ref}}{2^n} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} D_k \cdot 2^k = D \cdot I_{Ref} \quad \text{en posant } D = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} D_k \cdot 2^k}{2^n}$$

Sortie en tension :

$$V_0 = -R_{FB} \cdot I_0 = -R_{FB} \cdot D \cdot I_{Ref}$$

Or la source de tension d'entrée voit une résistance R ; on a donc : $I_{Ref} = \frac{V_{Ref}}{R}$.

Si $R_{FB} = R$ (ce qui est le cas pour un circuit intégré) :

$$V_0 = -D \cdot V_{Ref}$$

Intérêts :

1. on utilise des résistances du même ordre de grandeur. Elles vont évoluer de la même façon au cours du temps et en fonction de la température.
2. la valeur exacte de R ne joue pas. Seul compte le rapport des résistances (en circuit intégré on ne sait pas réaliser des résistances précises, par contre on sait réaliser de façon très précise des résistances ayant un rapport donné)
3. la résistance d'entrée est R indépendamment du mot N affiché.

-4- Principales spécifications

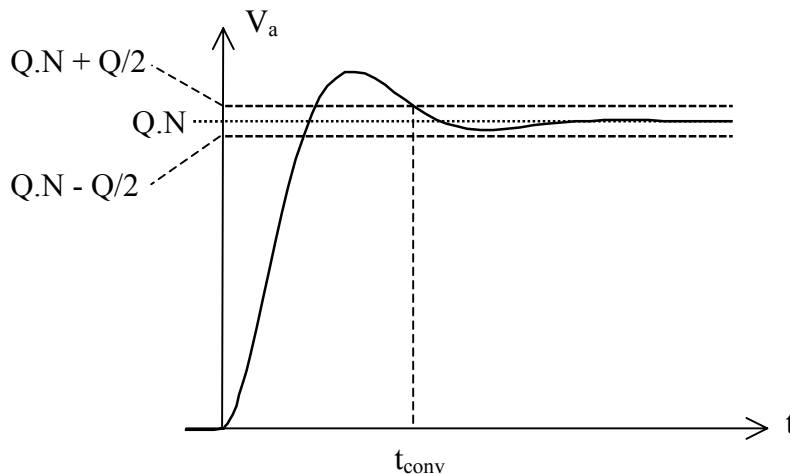
4.1. Spécifications de base

Voir le premier paragraphe :

- nombre de bits n
- quantum de conversion $Q = \frac{V_{Ref}}{2^n}$ (ou $\frac{I_{Ref}}{2^n}$)
- résolution : $r = \frac{1}{2^n - 1}$

4.2. Propriétés dynamiques

Temps de conversion ou d'établissement : à $t = 0$, on affiche une valeur N .

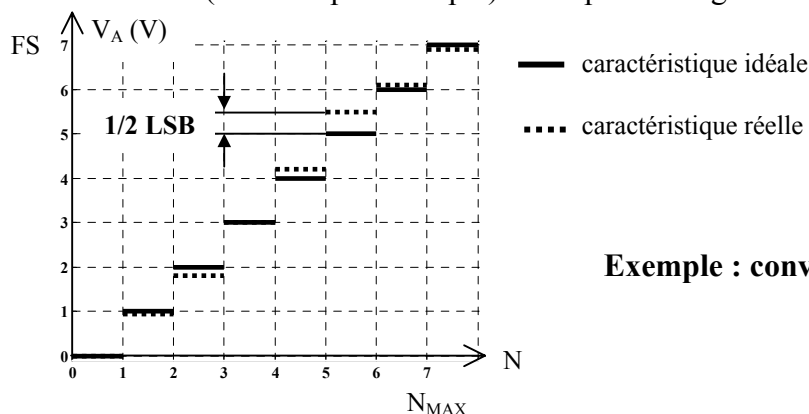


t_{conv} est donné pour le cas le plus défavorable : N passe de 0 à N_{MAX} (00..00 $\rightarrow$ 11..11).
Ordre de grandeur : quelques dizaines de nanosecondes.

4.3. Défauts

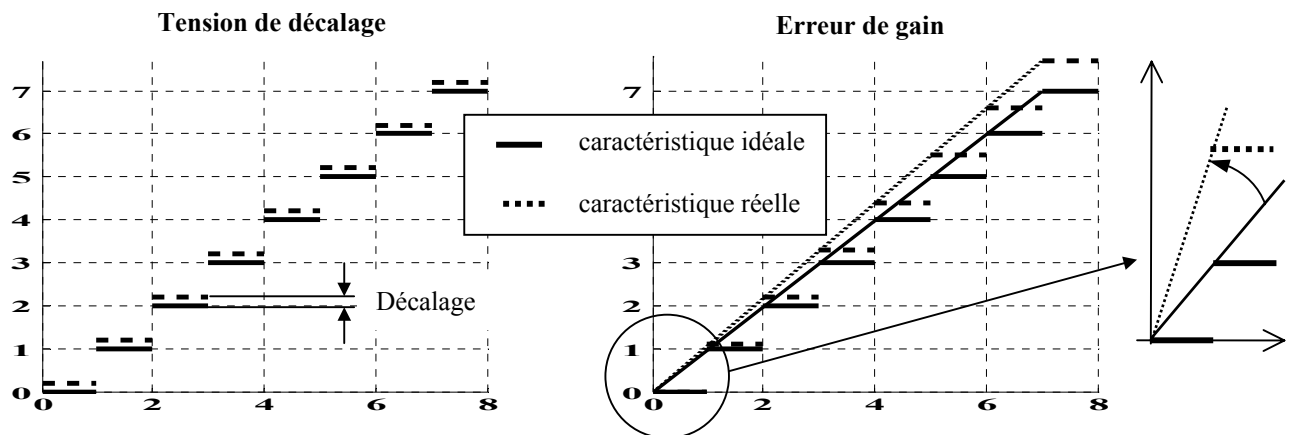
4.3.1. Précision

Elle traduit l'écart maximum entre la caractéristique réelle du CNA et la caractéristique idéale d'un CNA parfait. Les points extrêmes de la caractéristique sont 0 et la valeur pleine échelle (FS) du convertisseur réel. Cette précision s'exprime généralement en fraction de LSB (1/2 LSB par exemple) ou en pourcentage de la pleine échelle (% FS).



Exemple : convertisseur 3 bits

4.3.2. Décalage



Lorsque la grandeur de sortie est une tension, on observe une erreur de décalage (« offset ») due à l'amplificateur opérationnel de sortie. Il existe souvent un réglage pour compenser cette erreur.

4.3.3. Erreur de gain

La pente de la caractéristique est différente de la pente idéale.

Remarque : D'autres paramètres caractérisent les défauts du CNA. Nous n'avons signalé ici que les principaux paramètres.

III/ Convertisseurs analogique → numérique

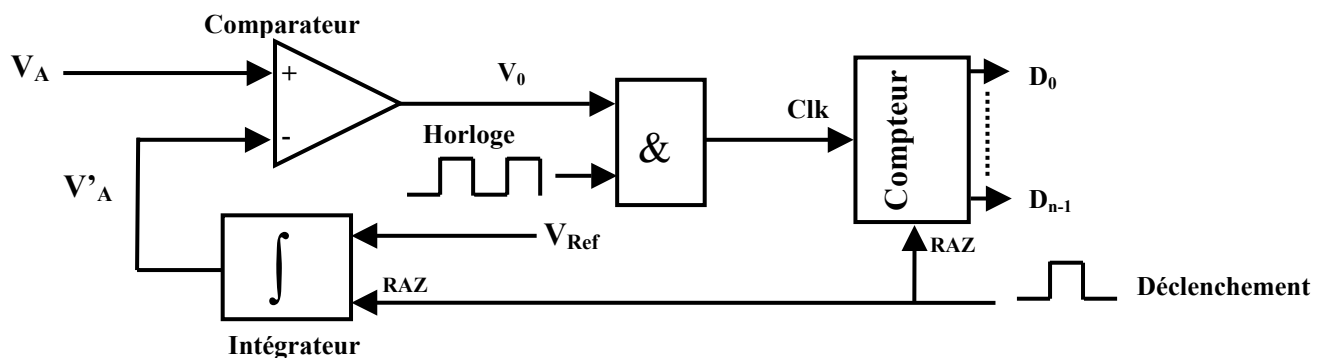
Un convertisseur analogique → numérique reçoit une tension d'entrée analogique qu'il convertit, après un certain temps, en un code numérique image de l'entrée.

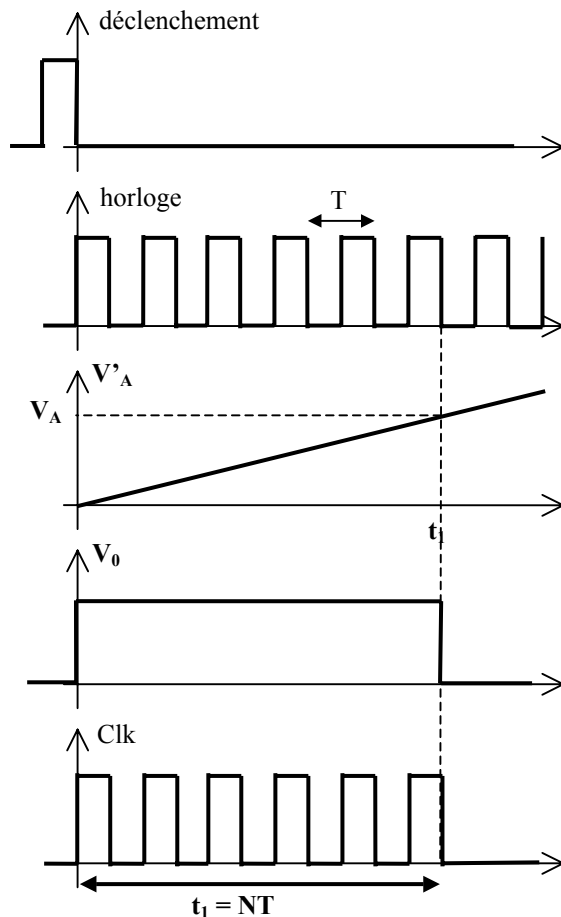
Il existe de nombreux principes de conversion que l'on peut classer en 4 catégories.

-1- Conversion tension → temps

On sait mesurer avec précision un temps (horloge à quartz + compteur). D'où une catégorie de CAN où on se ramène à la mesure d'un temps.

1.1. Convertisseur simple rampe





La sortie du comparateur passe à 0 lorsque $V'_A = V_A$, provoquant l'arrêt du comptage.

$$V'_A = -\frac{1}{\tau} \cdot V_{\text{Ref}} \cdot \int_0^{t_1} dt = -\frac{1}{\tau} \cdot V_{\text{Ref}} \cdot t_1$$

($\tau = R.C$ est la constante de temps de l'intégrateur)

Soit N tel que $t_1 = N.T$, où T est la période de l'horloge. $N.T$ est le temps nécessaire pour que V'_A atteigne V_A :

$$V_A = -\frac{1}{\tau} \cdot V_{\text{Ref}} \cdot N.T$$

$\Rightarrow$

$$N = \left\lfloor \frac{V_A}{V_{\text{Ref}}} \cdot \frac{\tau}{T} \right\rfloor$$

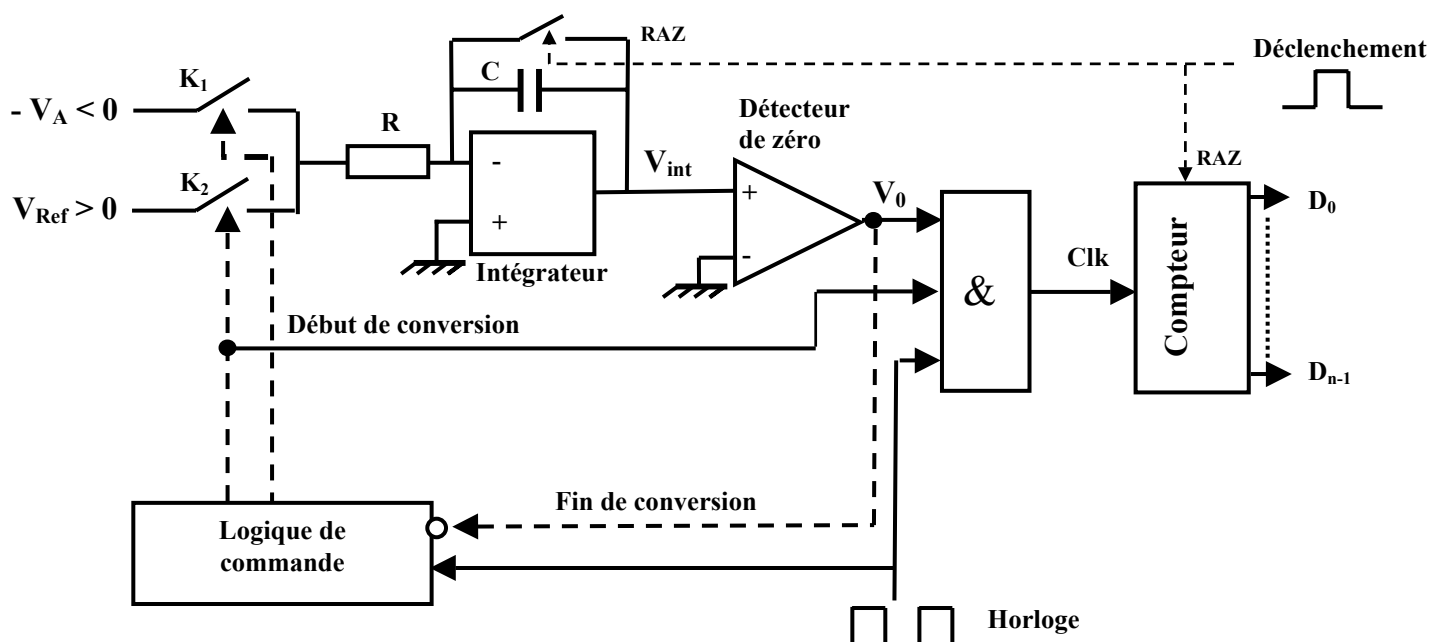
$\Rightarrow$

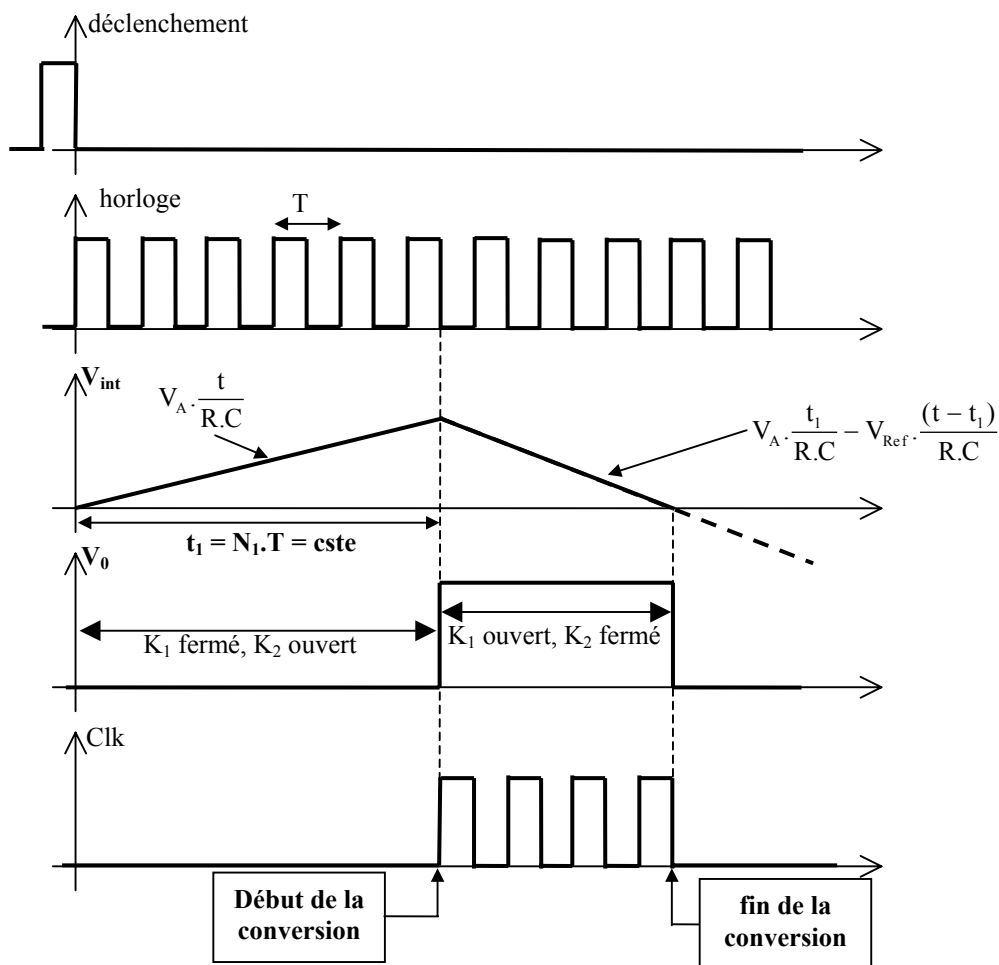
$$N = K \cdot V_A$$

On sait réaliser V_{Ref} et T de façon précise et stables au cours du temps. Par contre la constante de temps $R.C$ de l'intégrateur peut varier au cours du temps. Cette méthode est simple mais peu précise.

1.2. Convertisseur double rampe

On reprend l'idée précédente, mais à chaque conversion, on étalonne le convertisseur en mesurant la constante de temps $\tau = R.C$.





Etape n°1 : K_1 fermé et K_2 ouvert pendant une durée $N_1.T$, N_1 étant **préalablement défini** (en général $N_1 = N_{MAX}$).

$$V_{int} = V_A \cdot \frac{t}{R.C} \Rightarrow V_{int}(t_1) = V_A \cdot \frac{N_1.T}{R.C}$$

Etape n°2 : K_1 ouvert et K_2 fermé.

$$V_{int} = V_A \cdot \frac{N_1.T}{R.C} - V_{Ref} \cdot \frac{(t - t_1)}{R.C}$$

La conversion se termine lorsque $V_{int} = 0$. Le compteur contient un nombre N tel que :

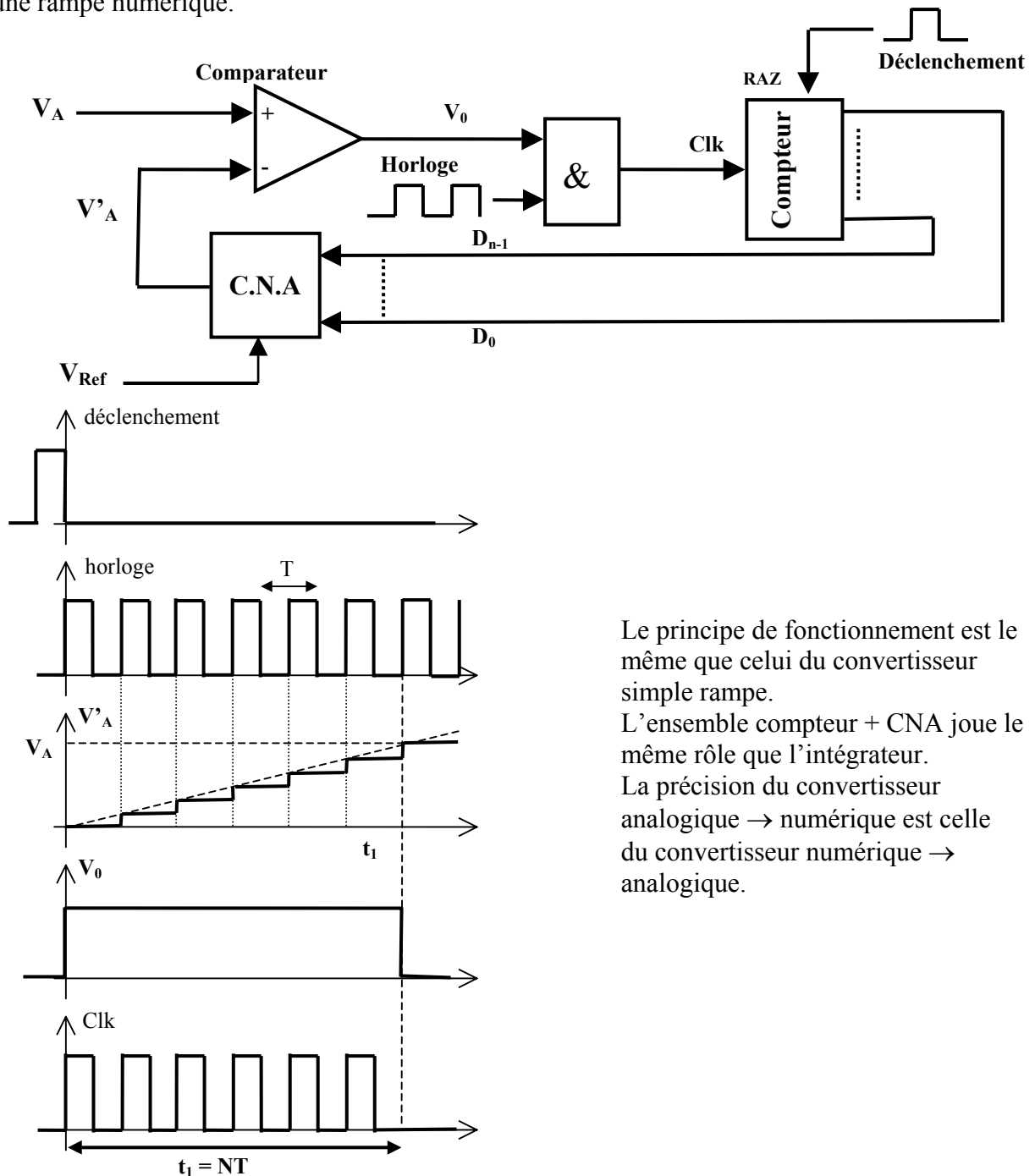
$$V_{int} = V_A \cdot \frac{N_1.T}{R.C} - V_{Ref} \cdot \frac{N.T}{R.C} = 0 \Rightarrow \boxed{N = N_1 \cdot \frac{V_A}{V_{Ref}}}$$

Avantage : Le résultat de la conversion est indépendant de la constante de temps $R.C$.
La précision et la stabilité ne dépendent que de V_{Ref}

Inconvénient : Le temps total de conversion est augmenté (dans le cas le plus défavorable, il est doublé par rapport à la conversion simple rampe).

1.3. Convertisseur à rampe numérique

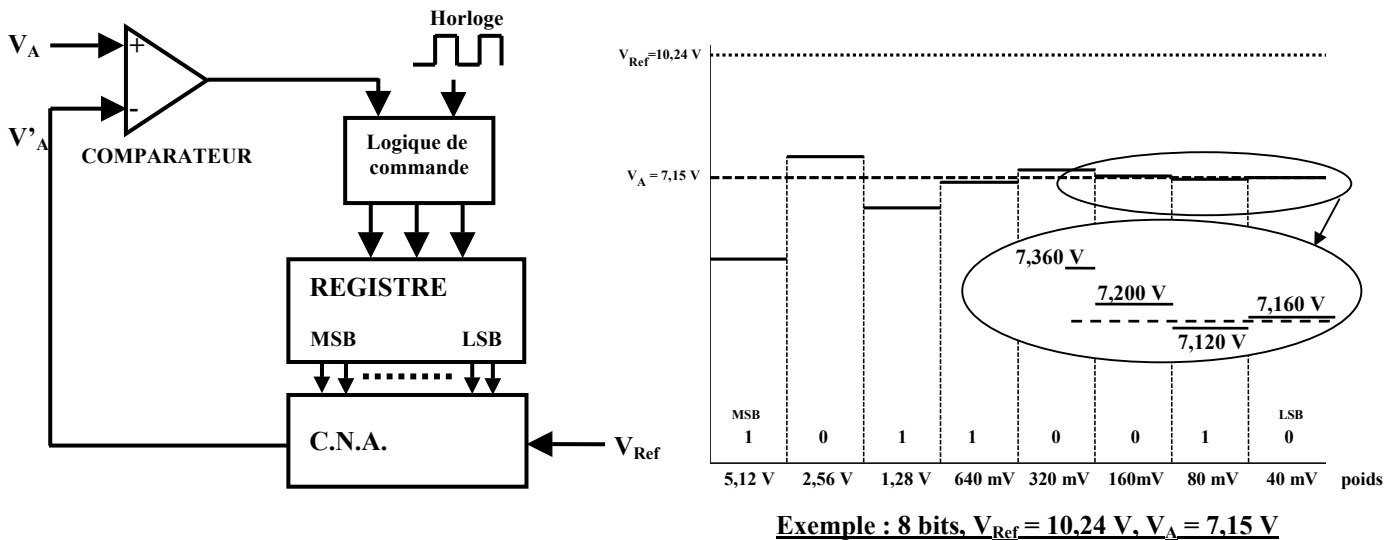
Afin de limiter le temps de conversion, on reprend l'idée du convertisseur simple rampe, mais pour éviter le problème de la précision de la constante de temps R.C on génère une rampe numérique.



Le principe de fonctionnement est le même que celui du convertisseur simple rampe.
L'ensemble compteur + CNA joue le même rôle que l'intégrateur.
La précision du convertisseur analogique $\rightarrow$ numérique est celle du convertisseur numérique $\rightarrow$ analogique.

-2- Conversion à approximations successives

Les CAN précédents présentent un temps de conversion élevé : $t_{\text{conv}} \geq N.T$ soit pour 8 bits $t_{\text{conv}} \geq 255.T$. Ce temps élevé provient de la méthode même utilisée : conversion tension $\rightarrow$ temps (donc temps élevé pour une tension élevée). On a donc imaginé la conversion à approximations successives (ou « à pesées ») : on détermine un à un chaque bit en partant du bit de poids fort (MSB).



- la logique de commande place 1 dans le poids fort (MSB) et 0 dans les autres : si $V'_A > V_A$ elle remet ce poids fort à 0 et si $V'_A < V_A$ elle le laisse à 1
- la logique de commande fixe à 1 le bit immédiatement à droite et recommence l'opération décrite ci-dessus.

La valeur numérique est celle contenue dans le registre après balayage de tous les bits.

Avantages : - le temps de conversion est indépendant de la valeur de V_A et faible :

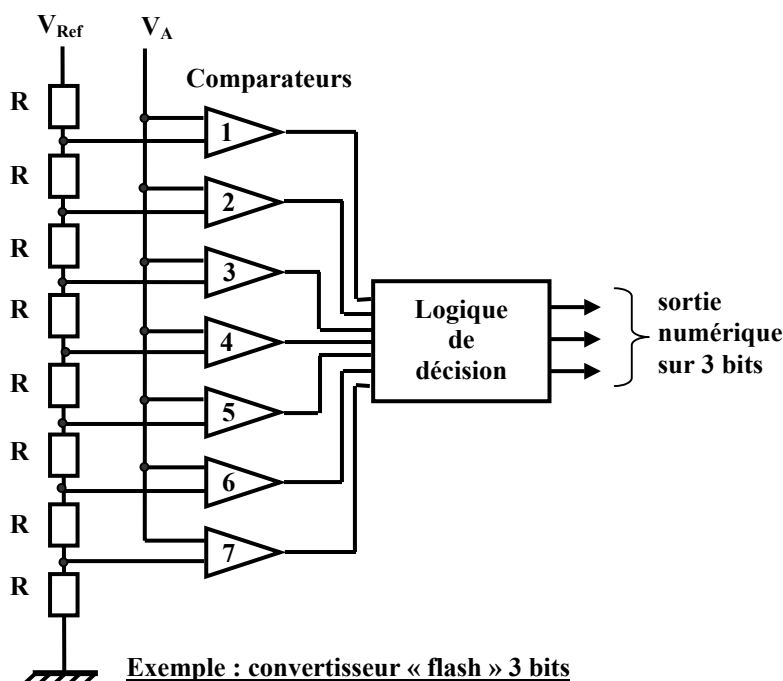
$$t_{conv} = n.T, \text{ où } n \text{ est le nombre de bits du convertisseur.}$$

- système économique

La précision dépend de la stabilité de V_{Ref} , de la précision du CNA et de la qualité du comparateur.

-3- Convertisseurs « flash »

3.1 Principe

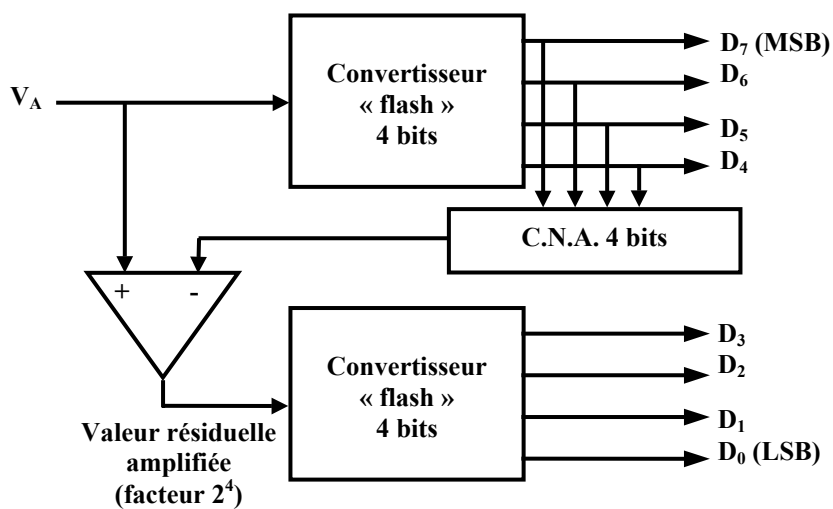


La vitesse de conversion des convertisseurs à approximations successives est limitée car il n'y a qu'un seul comparateur : les comparaisons s'exécutent l'une après l'autre, en série. Si l'on consent à multiplier le nombre de comparateurs, on pourra effectuer les comparaisons en parallèle, bien plus rapide. La tension analogique d'entrée V_A est appliquée à tous les comparateurs en parallèle ; une logique de décision fournira, dans le cas de 7 comparateurs, un mot binaire sur 3 bits.

Avec un tel convertisseur, une conversion complète ne demande que quelques dizaines de nanosecondes ; par contre le montage est plus important (donc plus onéreux) car le nombre de comparateurs croît très vite : il faut $2^n - 1$ comparateurs, où n désigne le nombre de bits. Ainsi une conversion sur 3 bits demande 7 comparateurs, sur 4 bits 15 comparateurs, sur 5 bits 31, ..., et sur 8 bits 255 !

3.2. Variante : convertisseur à « sous-gammes »

Pour réaliser un convertisseur 8 bits par exemple, on utilise 2 convertisseurs « flash » 4 bits (il faut donc $2 \times (2^4 - 1) = 30$ comparateurs au lieu de 255).



La diminution du nombre de comparateurs se traduit par une augmentation du temps de conversion :

$$t_{\text{conv}} = 2 \times [t_{\text{conv}}]_{\text{flash}} + [t_{\text{conv}}]_{\text{CNA}} + [t_R]_{\text{ampli}}$$

-4- Convertisseurs « sigma - delta » (« $\Sigma - \Delta$ »)

Il est très difficile d'obtenir un CAN qui soit précis, rapide et peu onéreux.

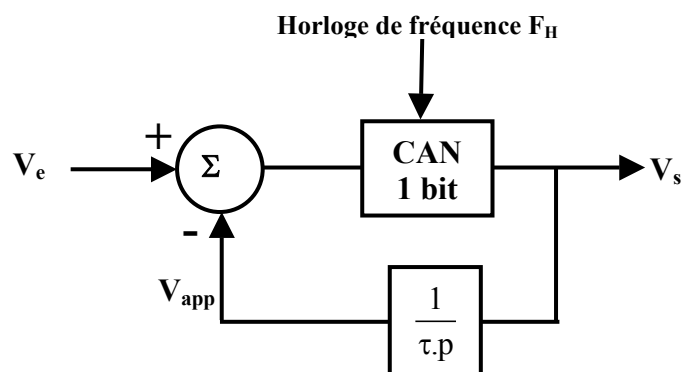
Les CAN à double rampe ou à approximations successives sont précis mais peu rapides. Les CAN flash sont rapides, mais il est très difficile d'ajuster les comparateurs internes de poids fort avec une précision de l'ordre de celle du bit de poids faible (ajustement des résistances au LASER $\Rightarrow$ coûteux).

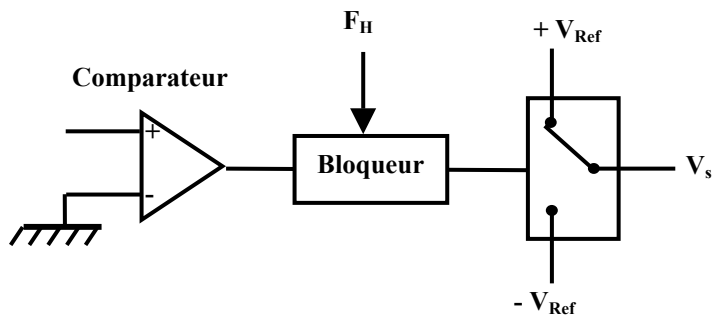
Le principe des convertisseurs « $\Sigma - \Delta$ » est d'utiliser un CAN 1 bit (très rapide) et de compenser par une fréquence d'horloge plus élevée que la fréquence d'échantillonnage.

4.1. Modulateur Δ

Le schéma de principe du modulateur est représenté ci-contre : il comporte :

- un sommateur (« Σ »)
- un CAN 1 bit (très rapide)
- un intégrateur.



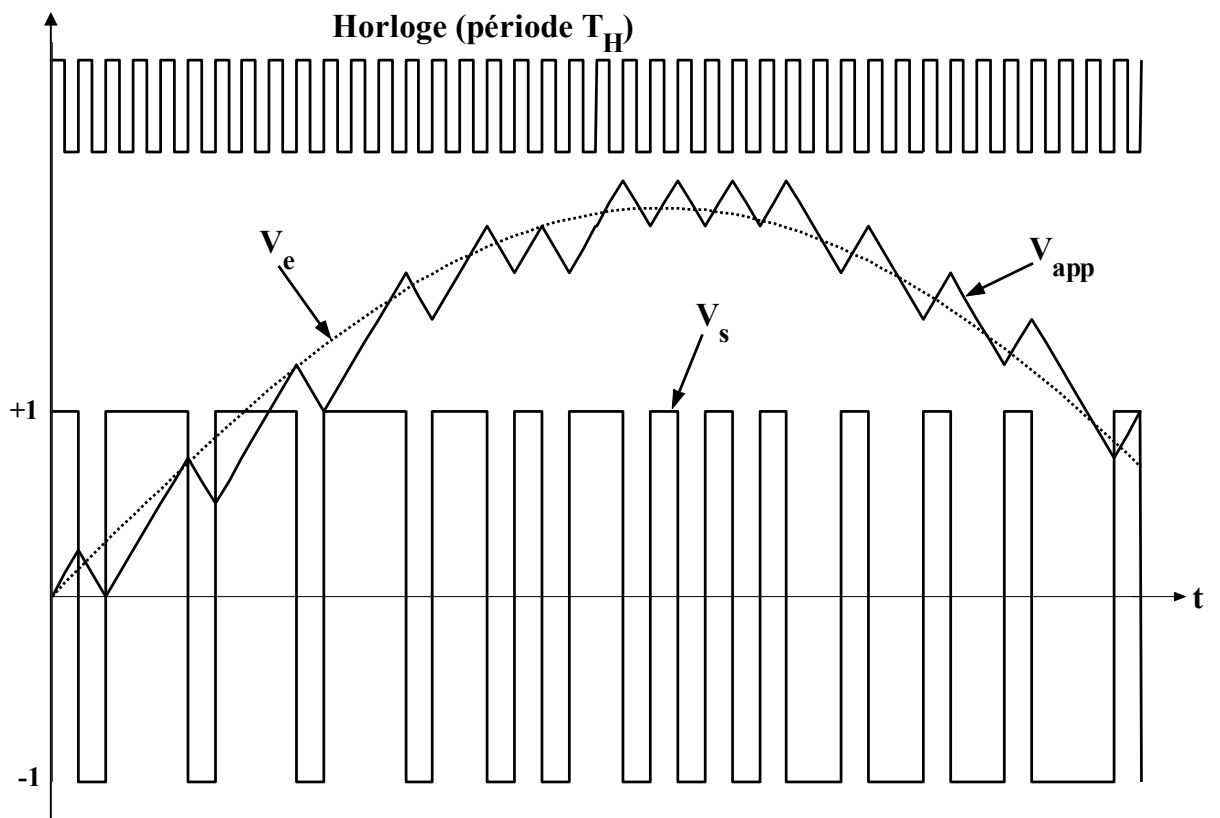


Le CAN 1 bit est un comparateur à 0, suivi d'un bloqueur, maintenant la valeur pendant une période d'horloge, dont la sortie commande un interrupteur.

La sortie V_s indique la variation (d'où le terme « Δ ») de la tension d'entrée sur une période d'horloge :

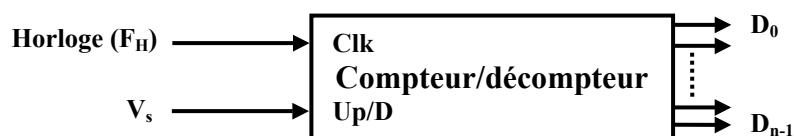
$$V_s = +V_{\text{Ref}} (= +1) : \text{augmenter d'un quantum } Q = V_{\text{Ref}} \cdot \frac{T_H}{\tau}$$

$$V_s = -V_{\text{Ref}} (= -1) : \text{diminuer d'un quantum}$$



4.2. Démodulation

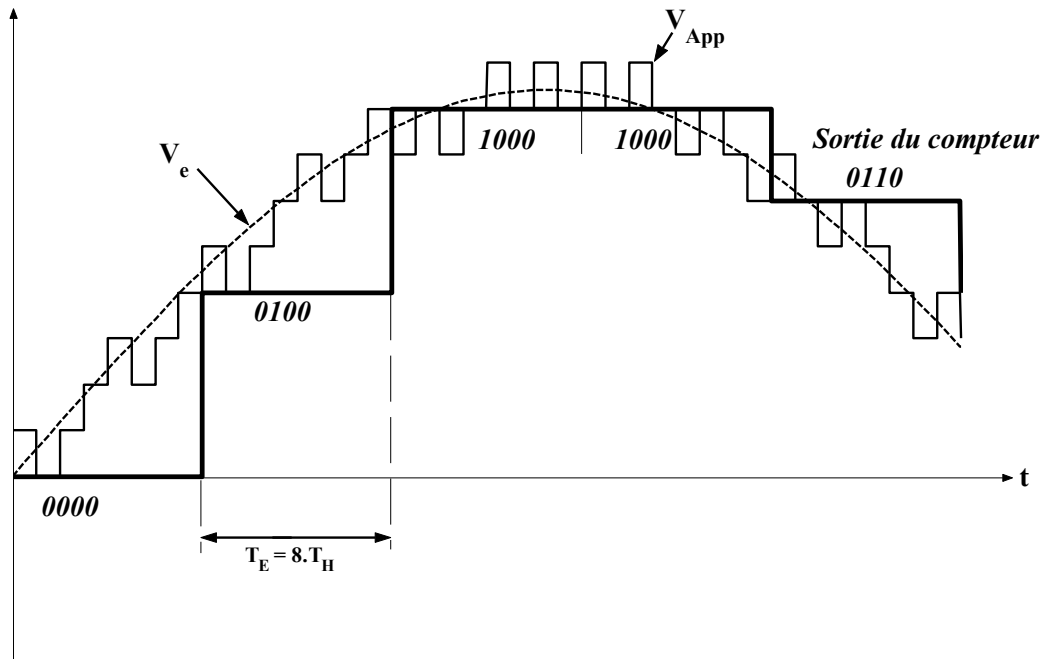
A partir du signal V_s , on peut facilement reconstituer le « signal approché » V_{app} par simple intégration. Cette intégration peut se faire par une méthode numérique : il suffit d'utiliser un compteur - décompteur sur n bits : $V_s = +1$: comptage, $V_s = -1$: décomptage.



4.3. Décimation

L'opération de décimation consiste à réduire la fréquence d'échantillonnage.

Pratiquement, on lit la sortie du compteur avec une fréquence $F_E = \frac{F_H}{k}$, où k est un nombre entier ($k = 8$ sur la figure ci-dessous)



4.4 Avantages

Ce type de convertisseur utilise surtout des éléments logiques (aucun réglage, stable au cours du temps etc...) et très peu d'éléments analogiques (seul réglage : constante de temps τ de l'intégrateur. Pour améliorer la précision, on peut utiliser un intégrateur à capacités commutées (voir TD)).

Le temps de conversion ne dépend pas du nombre de bits. Il ne dépend que du coefficient de décimation k .

On peut envisager des traitements numériques plus sophistiqués qu'une simple intégration, permettant notamment de réduire le bruit de quantification.

4.5. Inconvénient

Le signal d'entrée V_e ne doit pas varier trop rapidement. Il faut que : $\left| \frac{dV_e}{dt} \right| \leq \frac{Q}{T_H}$

(limitation comparable aux limitations provenant du slew-rate d'un amplificateur opérationnel).

-5- Principales spécifications

Les mêmes que pour les C.N.A. (résolution, précision, linéarité ...)

-6- Choix d'un type de convertisseur

La figure ci-dessous donne une indication sur le choix d'un type de convertisseur (vitesse de conversion, caractérisée par la fréquence de conversion $F_{\text{Conv}} = \frac{1}{t_{\text{Conv}}}$ en fonction du nombre de bits)

