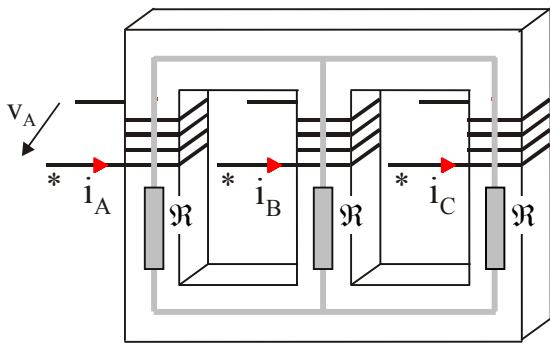


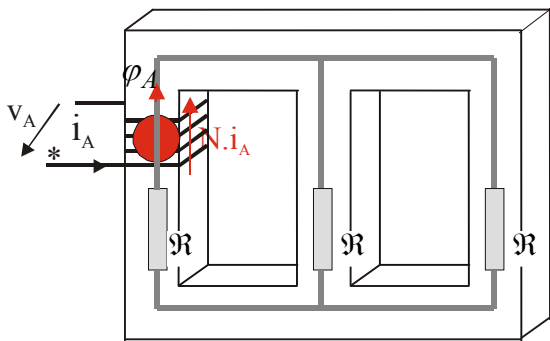
Corrigé de : Chapitre 5. Exercice 5 « Inductances triphasées »

Soit le circuit magnétique ci-contre supposé non-saturé (comportement linéaire). Les trois colonnes de celui-ci ont, par hypothèse, une même réluctance $\mathcal{R}$. Elles sont équipées de bobinages identiques de N spires repérés par les lettres A, B et C. (On néglige les réluctances du circuit magnétique entre les colonnes).

Chaque bobinage est muni d'une orientation figurée par une borne entrante « * ». Les orientations des flux dans les bobinages seront prises de manière cohérente avec ces bornes « * ».

On négligera les fuites, on supposera donc les lignes de champ d'induction parfaitement canalisées dans le circuit magnétique.

1) Par définition, pour un circuit magnétique linéaire : $L_A = \frac{\phi_A}{i_A} \Big|_{\text{lorsque } i_B = i_C = 0}$



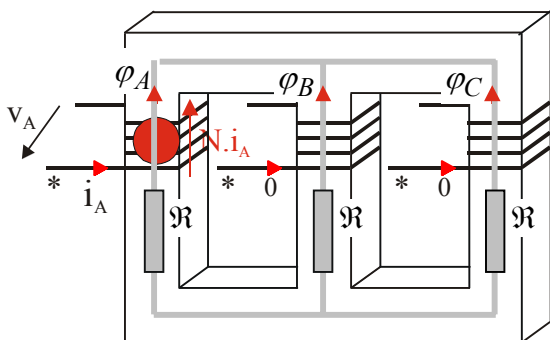
Le flux dans une section du circuit magnétique est :

$$\phi_A = \frac{N i_A}{(\mathcal{R} // \mathcal{R}) + \mathcal{R}} = \frac{N i_A}{\frac{3}{2} \mathcal{R}} = \frac{2N}{3\mathcal{R}} i_A$$

Le flux total dans le bobinage « A » est donc :

$$\phi_A = N \phi_A = \frac{2N^2}{3\mathcal{R}} i_A$$

$$\Rightarrow L_A = \frac{\phi_A}{i_A} = \frac{2N^2}{3\mathcal{R}}$$



Par définition, pour un circuit magnétique

$$\text{linéaire : } M_{AB} = \frac{\phi_B}{i_A} \Big|_{\text{lorsque } i_B = i_C = 0}$$

Le flux total dans le bobinage « B » est:

$$\phi_B = N \phi_B = -N \cdot \frac{\phi_A}{2} = \frac{-N^2}{3\mathcal{R}} i_A$$

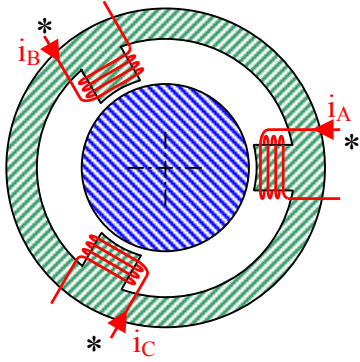
$$\Rightarrow M_{AB} = \frac{\phi_B}{i_A} = \frac{-N^2}{3\mathcal{R}}$$

$$\text{De même : } M_{AC} = \frac{\phi_C}{i_A} \Big|_{\text{lorsque } i_B = i_C = 0} = \frac{-N^2}{3\mathcal{R}} = M_{AB} = M_{BC}$$

2) Les trois bobinages sont alimentés, de sorte qu'en permanence $i_A + i_B + i_C = 0$, donc :

$$\phi_A = L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C = L_A i_A + M_{AB} (i_B + i_C) = L_A i_A - M_{AB} i_A = (L_A - M_{AB}) i_A$$

L'inductance $L_{CA} = L_A - M_{AB}$ est appelée « inductance cyclique ». Elle n'est définie que si les inductances mutuelles sont identiques et si la somme des courants est nulle.



La notion d'inductance cyclique est utilisée dans la modélisation des transformateurs triphasé et dans celle des machines tournantes triphasées. Le schéma ci-contre représente la vue en coupe d'une machine triphasée simplifiée. (Dans la majorité des cas, les bobinages sont positionnés dans des encoches réparties sur la périphérie du stator ou du rotor et non pas, comme ci-contre, sur des pôles saillants)

3) Si $i_A = \hat{I} \cdot \cos(100\pi t)$, $i_B = \hat{I} \cdot \cos(100\pi t - \frac{2\pi}{3})$, $i_C = \hat{I} \cdot \cos(100\pi t - \frac{4\pi}{3})$, les courants sont alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés. Leur somme est donc nulle (voir le cours sur le triphasés ou refaire la somme avec des vecteurs de Fresnel ou par le calcul en complexe).

Donc d'après la question précédente, $\phi_A = (L_A - M_{AB}) i_A = L_{CA} i_A$

On en déduit :

$$v_A(t) = r i_A(t) + \frac{d(\phi_A(t))}{dt} = r i_A + L_{CA} \cdot \frac{d(i_A(t))}{dt} = r \hat{I} \cdot \cos(100\pi t) + L_{CA} \cdot 100\pi \hat{I} \cdot \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

On retrouve cette situation dans la modélisation des machines tournantes triphasées (machines synchrones et machines asynchrones).