

Exercices sur la valeur moyenne, la valeur efficace et la puissance

Ce document est une compilation des exercices posés en devoirs surveillés d'électricité au département Génie Electrique et Informatique Industrielle de l'IUT de Nantes. Ces devoirs se sont déroulés généralement **sans documents, sans calculatrice et sans téléphone portable...**

Les devoirs d'une durée de 80 min sont notés sur 20 points. Donc chaque point proposé au barème correspond approximativement à une activité de 4 min.

Ces exercices correspondent aux chapitres 9 et 10 de la ressource [Baselecpro](#) sur le site [IUTenligne](#).

Un corrigé avec barème de correction est remis aux étudiants en sortie du devoir (C'est souvent le seul moment où ils vont réfléchir à ce qu'ils ont su (ou pas su) faire dans ce devoir)

Personnellement, je me refuse à manipuler le barème d'un devoir lors de la correction dans le but d'obtenir une moyenne présentable. (*ni trop ni trop peu...*)

La moyenne d'un devoir doit refléter l'adéquation entre les objectifs de l'enseignant et les résultats des étudiants.

Les documents proposés ici sont délivrés dans un format qui permet tout assemblage/désassemblage ou modification à la convenance de l'utilisateur. Les dessins et les équations ont été réalisés avec Word97.

Nos étudiants disposent d'une masse considérable d'informations sur internet. Les enseignants sont maintenant soucieux de leur apprendre à utiliser intelligemment cet immense champ de connaissance. Ils leur apprennent notamment à citer les sources...

Ressource [ExercicElecPro](#) proposée sur le site Internet [IUTenligne](#)

Copyright : droits et obligations des utilisateurs

L'auteur ne renonce pas à sa qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de son document. Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Toute ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou* et la référence au site Internet *IUT en ligne*. La diffusion de toute ou partie de cette ressource sur un site Internet autre que le site IUT en ligne est interdite

Une version de Baselecpro est disponible sous forme d'un livre aux éditions *Ellipses* dans la collection *Technosup* sous le titre
ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE – Les lois de l'électricité

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes – France

Table des matières

1	Questions de cours.....	1
2	Détermination d'une valeur moyenne (estimation + calcul par une intégrale)	4
3	Valeur moyenne et efficace (Estimation, calcul d'aire, intégrale) (6 pts).....	6
4	Puissance dans différents types de dipôles.....	8
5	Valeur moyenne d'un signal trapézoïdal (1 pt)	9
6	Valeur moyenne graphiquement avec des carreaux (3 pts).....	10
7	Valeur moyenne et valeur efficace d'un signal rectangulaire 1 (4 pts).....	10
8	Valeur moyenne et valeur efficace d'un signal rectangulaire 2 (4 pts).....	11
9	Calcul de puissance en régime alternatif sinusoïdal 1 (4 pts)	12
10	Calcul de puissance en régime alternatif sinusoïdal 2.....	13
11	Calcul de puissance en régime alternatif sinusoïdal 3 (7 pts)	14
12	Harmoniques et puissance active.....	16
13	Puissance dans un onduleur monophasé. (3,5 pts)	18
14	Puissance instantanée (graphe) et puissance active (calcul) (4,5 pts)	19
15	Puissance et val. efficace dans une phase d'un redresseur triphasé (5 pts).....	21
16	Puissances et valeurs efficaces dans un filtre d'onduleur (4pts)	22
17	Puissances et valeurs efficaces dans un filtre d'onduleur Variante (3 pts)	23
18	Valeur moyenne et valeur efficace dan un redresseur à thyristors (3 pts).....	24
19	Valeur moyenne, valeur efficace et puissance dans un onduleur (5 pts).....	27
20	Hacheur alimentant une machine à courant continu en régime périodique. (Problème de synthèse)..	29
21	Signaux dans une alimentation à découpage (7 pts).....	33
22	Pertes joule dans un moteur en fonctionnement cyclique. (5 pts).....	35

Conventions d'écriture :

Pour la valeur moyenne d'une fonction périodique $f(t)$, on adoptera les écritures $\langle F \rangle$ ou F_{moy}

Pour la valeur efficace d'une fonction périodique $f(t)$, on adoptera l'écriture F_{eff}

1 Questions de cours

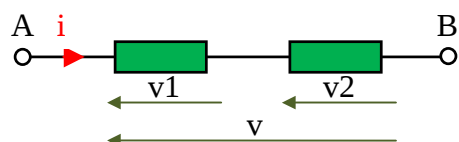
- Définir la puissance apparente dans un dipôle.

Réponse : $S = U_{eff} \cdot I_{eff}$

- Définir le facteur de puissance d'une ligne monophasée ou d'un dipôle (cas général).

Réponse : $k = \frac{P}{S} = \frac{\langle u(t) \cdot i(t) \rangle}{U_{eff} \cdot I_{eff}}$

- Association de dipôles.



Soit le montage ci-contre associant en série deux dipôles quelconques, avec $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $i(t)$ de même période.

Répondre par oui ou par non: (réponse juste: + 0,5pt, réponse fausse: - 0,5pt):

Est-ce que, dans tous les cas, $\langle V \rangle = \langle V_1 \rangle + \langle V_2 \rangle$?

Est-ce que, dans tous les cas, $V_{eff} = V_{1eff} + V_{2eff}$?

Est-ce que, dans tous les cas, $\langle v(t) \cdot i(t) \rangle = \langle v_1(t) \cdot i(t) \rangle + \langle v_2(t) \cdot i(t) \rangle$?

Réponses :

Oui, la valeur moyenne d'une somme est la somme des valeurs moyennes

Non la valeur efficace d'une somme n'est pas la somme des valeurs efficaces (sauf cas particulier)

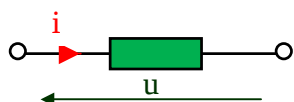
Oui la puissance active d'une somme est la somme des puissances actives (se démontre avec la loi de conservation de l'énergie)

- Que dit le théorème de Boucherot lorsque les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence ?

Réponses :

La puissance active d'une somme de dipôles est la somme (algébrique) des puissances actives de chaque dipôle.
La puissance réactive d'une somme de dipôles est la somme (algébrique) des puissances réactives de chaque dipôle.

- Soit un dipôle parcouru par un courant périodique $i(t)$ de période T et soumis à une tension $u(t)$ de même période T .



Les questions suivantes sont indépendantes. Aucune démonstration n'est demandée.
Pour les questions d) à k), donner l'expression particulière à chaque cas.

- Exprimer la puissance instantanée dans ce dipôle.
- Exprimer l'énergie consommée par ce dipôle sur un intervalle de temps $[t_0, t_1]$
- Exprimer la puissance active dans ce dipôle dans le cas général.
- Exprimer la puissance active dans ce dipôle si $u(t) = U_0 = \text{constante}$.

- e) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si $i(t) = I_0 = \text{constante}$.
- f) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si $i(t) = I_{\max} \cdot \cos(\omega t)$ et $u(t) = U_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$.
- g) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est une résistance de valeur R .
- h) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est un condensateur de capacité C .
- i) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est une inductance de valeur L .
- j) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est un dipôle linéaire d'impédance $\underline{Z} = |Z| \cdot e^{j\varphi}$ parcouru par un courant $i(t) = I_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$.
- k) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est un dipôle linéaire d'impédance $\underline{Z} = |Z| \cdot e^{j\varphi}$ soumis à une tension $u(t) = U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$.

l) *répondre par oui ou par non*

La puissance active dans ce dipôle est-elle, dans tous les cas, égale à $\langle v(t) \cdot i(t) \rangle$?

La puissance active dans ce dipôle est-elle, dans tous les cas, égale à $[\langle v(t) \rangle \cdot \langle i(t) \rangle]$?

Réponses :

○ Exprimer la puissance instantanée dans ce dipôle.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

○ Exprimer l'énergie consommée par ce dipôle sur un intervalle de temps $[t_0, t_1]$ aire sous la courbe $p(t)$ sur l'intervalle

$$W_{[t_0, t_1]} = \text{aire sous la courbe } p(t) \text{ sur l'intervalle } [t_0, t_1] \text{ ou } W_{[t_0, t_1]} = \int_{t_0}^{t_1} p(t) \cdot dt \text{ ou } W_{[t_0, t_1]} = \int_{t_0}^{t_1} v(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle dans le cas général.

$$P = (p(t))_{\text{moy}} \text{ ou } \langle p(t) \rangle \text{ ou } P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) \cdot dt \text{ ou } P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si $u(t) = U_0 = \text{constante}$.

$$P = U_0 \cdot \langle I \rangle$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si $i(t) = I_0 = \text{constante}$.

$$P = I_0 \cdot \langle U \rangle$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si $i(t) = I_{\max} \cdot \cos(\omega t)$ et $u(t) = U_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$.

$$P = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi) = \frac{I_{\max} \cdot U_{\max}}{2} \cdot \cos(\varphi)$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est une résistance de valeur R .

$$P = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est un condensateur de capacité C .

$$P = 0$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est une inductance de valeur L.

$$P = 0$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est un dipôle linéaire d'impédance $\underline{Z} = |Z|.e^{j\varphi}$ parcouru par un courant $i(t) = I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega.t)$.

$$U_{eff} = |Z|.I_{eff} \Rightarrow P = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos(\varphi) = |Z|.I_{eff}^2 \cdot \cos(\varphi)$$

○ Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est un dipôle linéaire d'impédance $\underline{Z} = |Z|.e^{j\varphi}$ soumis à une tension $u(t) = U_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega.t)$.

$$U_{eff} = |Z|.I_{eff} \Rightarrow P = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos(\varphi) = \frac{U_{eff}^2}{|Z|} \cdot \cos(\varphi)$$

○ répondre par oui ou par non

La puissance active dans ce dipôle est-elle, dans tous les cas, égale à $\langle v(t) \cdot i(t) \rangle$?

OUI, c'est la définition de la puissance active (ou puissance moyenne)

La puissance active dans ce dipôle est-elle, dans tous les cas, égale à $[\langle v(t) \rangle \cdot \langle i(t) \rangle]$?

NON car la valeur moyenne d'un produit n'est pas le produit des valeurs moyennes

• Soit un signal $i(t)$ périodique de période T. Définir sa valeur efficace en traduisant « R.M.S » par une phrase.

Puis définir sa valeur efficace au moyen d'une intégrale.

Comment se situe la valeur efficace d'un signal par rapport à sa valeur moyenne et sa valeur max ?
Association de dipôles.

Réponses :

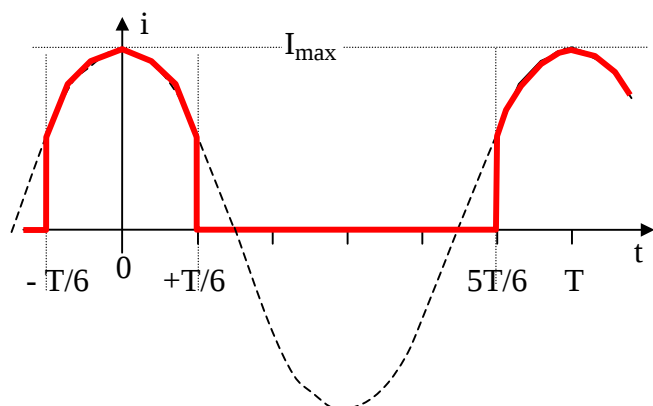
RMS= **R**oot **M**ean **S**quare (**R**acine-**M**oyenne-**C**arré): Racine carrée de la valeur Moyenne **du signal** au carré.

Valeur efficace d'une fonction périodique $f(t)$ de période T : $F_{eff} = \sqrt{\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)^2 dt} = \sqrt{\langle f(t)^2 \rangle}$

$$|\langle F \rangle| \leq F_{eff} \leq |F_{max}|$$

2 Détermination d'une valeur moyenne (estimation + calcul par une intégrale)

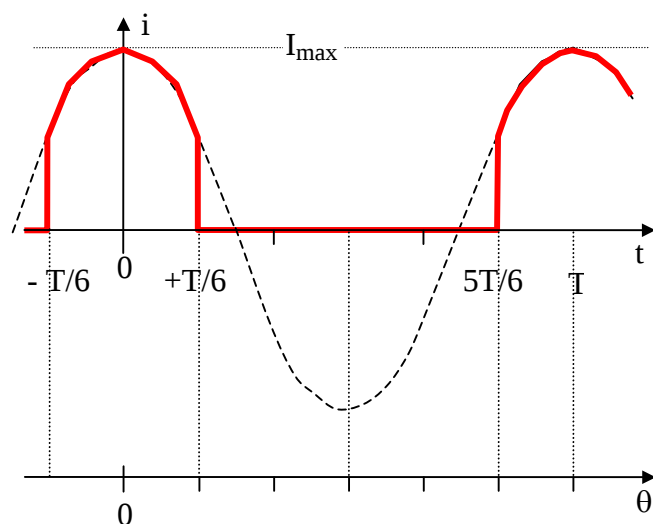
Version 1 (3pts):



Soit le courant périodique $i(t)$ ci-contre (en trait gras). Estimer sa valeur moyenne $\langle I \rangle$ en hachurant les aires convenables. Exprimer cette estimation de $\langle I \rangle$ en fonction de I_{max} .

Sachant que $i(t)$ est constitué de morceaux de sinusoïde (voir la courbe en pointillé) Exprimer $\langle I \rangle$ sous forme d'une intégrale, puis résoudre celle-ci pour obtenir la valeur moyenne en fonction de I_{max} .

Version 2 (3,5 pts):



Soit le courant périodique $i(t)$ ci-contre (en trait gras).

a) Estimer sa valeur moyenne $\langle I \rangle$ en hachurant les aires convenables. Exprimer cette estimation de $\langle I \rangle$ en fonction de I_{max} .

b) Calcul de $\langle I \rangle$.

Si on choisit une échelle « t » en seconde, la courbe en pointillé est le graphe d'une fonction $I_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.

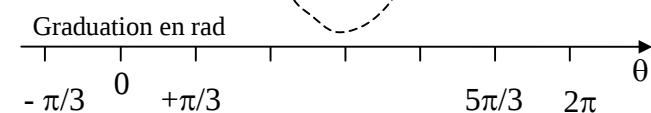
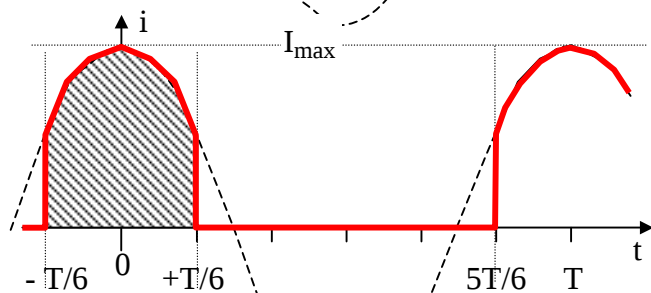
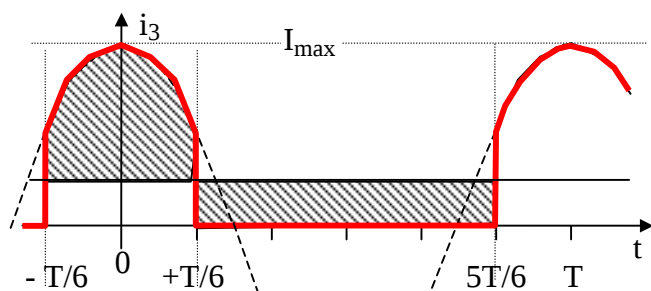
Si on choisit une échelle « θ » en radian, la courbe en pointillé est le graphe d'une fonction $I_{max} \cdot \cos(\theta)$.

Si vous choisissez « θ », compléter l'échelle θ graduée en radian ci-contre de façon que $i(\theta) = I_{max} \cdot \cos(\theta)$.

Après avoir repéré la période et les bornes d'intégration, exprimer $\langle I \rangle$ sous forme d'une intégrale, puis résoudre celle-ci pour obtenir la valeur moyenne en fonction de I_{max} .⁽¹⁾

⁽¹⁾ Le DS se déroulant sans calculatrice, on pourra laisser dans la réponse des valeurs telles que $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$ ou π

Corrigé :



- On peut faire une estimation :
Le résultat est compris dans la fourchette :

$$\frac{I_{max}}{4} < \langle I \rangle < \frac{I_{max}}{3}$$

Avec une graduation en temps :

$$\langle I_3 \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/6}^{+T/6} I_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt$$

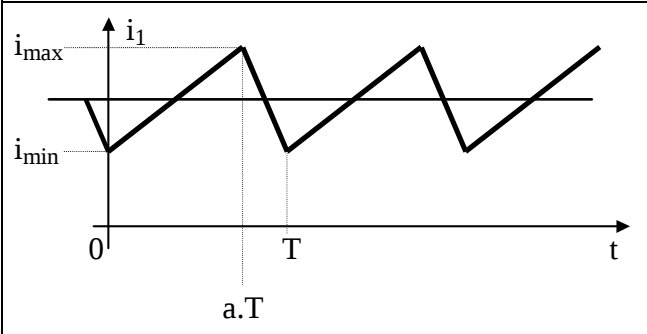
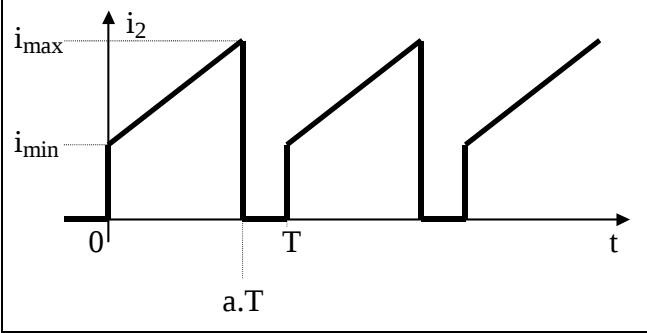
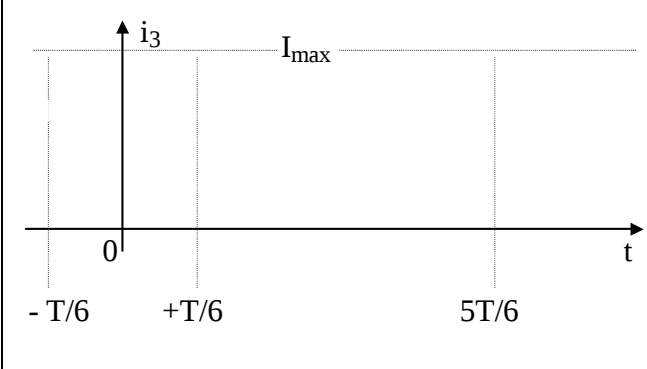
ou:

Avec une graduation en radian :

$$\langle I_3 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} I_{max} \cdot \cos(\theta) d\theta = \frac{I_{max}}{2\pi} \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\langle I_3 \rangle = \frac{I_{max} \cdot \sqrt{3}}{2\pi} = 0,276 I_{max}$$

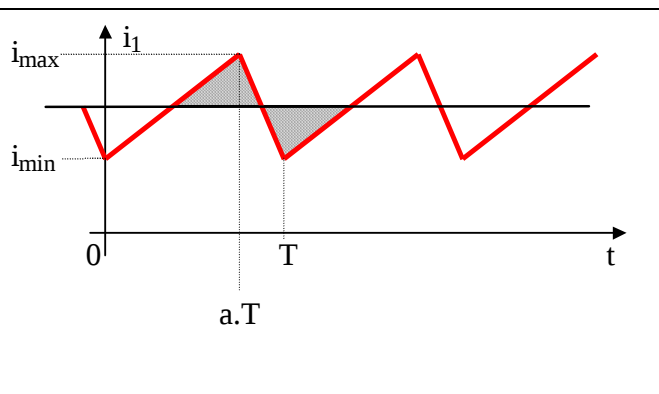
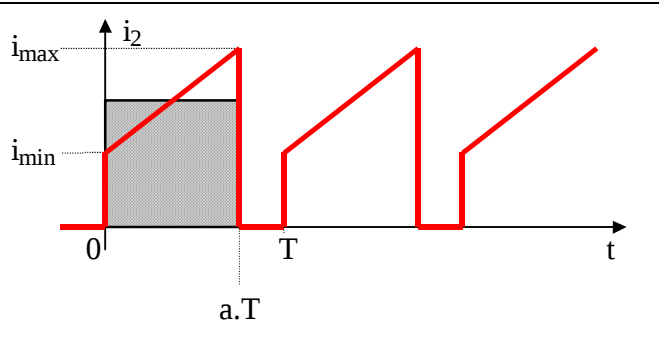
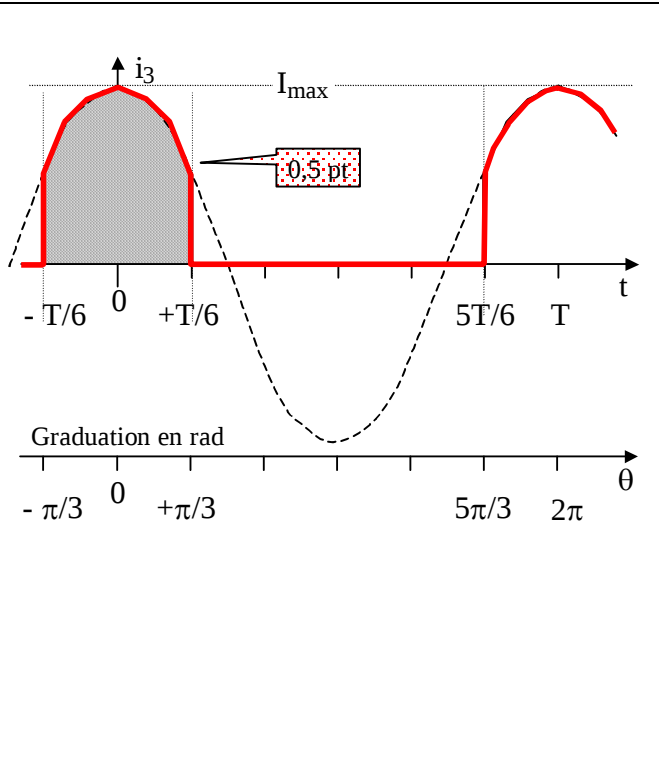
3 Valeur moyenne et efficace (Estimation, calcul d'aire, intégrale) (6 pts)

	Représenter sur le graphe ci-contre la valeur moyenne de $i_1(t)$ et hachurer les surfaces appropriées en guise de justification. Exprimer cette valeur moyenne (sans calcul).
	Calculer la valeur moyenne de $i_2(t)$ (sans utiliser d'intégrale).
Soit une fonction $i_3(t)$ périodique de période T, telle que $i_3(t) = I_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$ sur l'intervalle $\left[-\frac{T}{6}, +\frac{T}{6}\right]$ et $i_3(t)$ nulle sur l'intervalle $\left[+\frac{T}{6}, +\frac{5T}{6}\right]$. 	Représenter ci-contre, le graphe de $i_3(t)$. Calculer la valeur moyenne de $i_3(t)$.

Calculer la valeur efficace de la fonction $i_3(t)$ précédente. ⁽²⁾

⁽²⁾ On rappelle que $[\cos(\theta)]^2 = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$

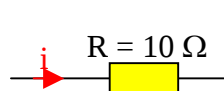
Corrigé :

	Par la <i>première méthode</i> (« aire au-dessus » = « aire au-dessous ») : $I_{1_{moy}} = \frac{i_{max} + i_{min}}{2} \quad \text{0,5 pt}$ Pour que les deux triangles soient égaux, la valeur moyenne doit être à égale distance de i_{min} et i_{max}. Il n'est donc pas nécessaire de faire le moindre calcul !
	Par la <i>seconde méthode</i> (« aire sous la courbe sur un intervalle d'une période ») : $I_{2_{moy}} = \frac{\left(\frac{i_{max} + i_{min}}{2}\right) \cdot a \cdot T}{T} = \left(\frac{i_{max} + i_{min}}{2}\right) \cdot a \quad \text{1 pt}$ Un raisonnement sur l'aire d'un trapèze ou sur l'aire du rectangle hachuré suffit.
	Par la <i>troisième méthode</i> (calcul de l'aire sous la courbe sur un intervalle d'une période au moyen d'une intégral) : Avec une graduation en temps : $I_{3_{moy}} = \frac{1}{T} \int_{-T/6}^{+T/6} I_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \cdot dt \quad \text{1 pt}$ ou: Avec une graduation en radian : $I_{3_{moy}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} I_{max} \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta = \frac{I_{max}}{2\pi} \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $I_{3_{moy}} = \frac{I_{max} \cdot \sqrt{3}}{2\pi} \quad \text{1 pt}$

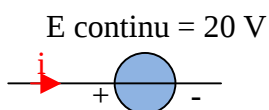
4 Puissance dans différents types de dipôles

Version 2004

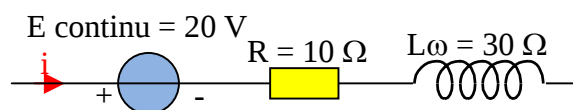
Les trois dipôles suivants sont traversés par un même courant $i(t) = 10 \cdot \sin(\omega t)$. Calculer la puissance active dissipée dans chacun.



dipôle 1



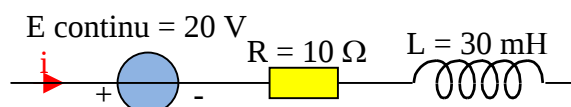
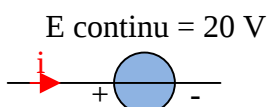
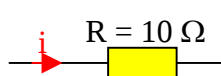
dipôle 2



dipôle 3

Version 2014

Les trois dipôles suivants sont traversés par même courant périodique $i(t)$.



En utilisant les propriétés vues en cours, déterminer l'expression littérale de la puissance active dissipée dans chaque dipôle en fonction de sa nature et de $\langle i(t) \rangle$, I_{eff} , I_{min} ou I_{max} .

Sachant que $i(t) = 10 \cdot \sin(1000t)$, calculer la valeur numérique de la puissance active consommée par chaque dipôle.

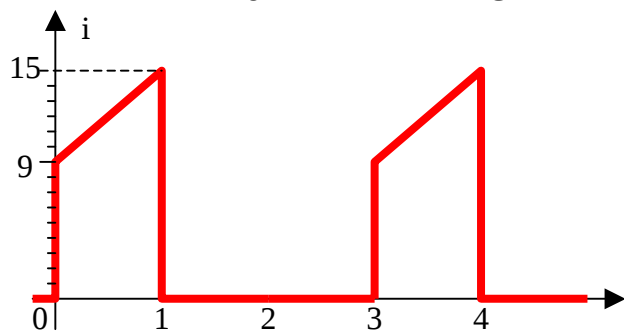
	Dipôle R	Dipôle E	Dipôle E – R – L
Expression littérale de la puissance active			
Expression numérique de la puissance active			

Corrigé :

$$P_R = R \cdot I_{eff}^2 = 10 \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 = 500 \text{ W} ; P_E = E \cdot I_{moy} = 20 \cdot 0 = 0 \text{ W} ;$$

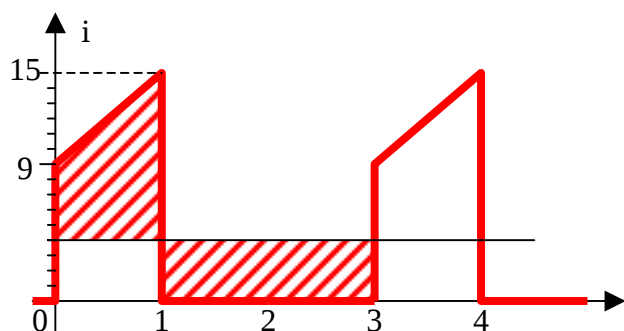
$$P_{ERL} = P_R + P_E + P_L = 500 + 0 + 0 = 500 \text{ W}$$

5 Valeur moyenne d'un signal trapézoïdal (1 pt)



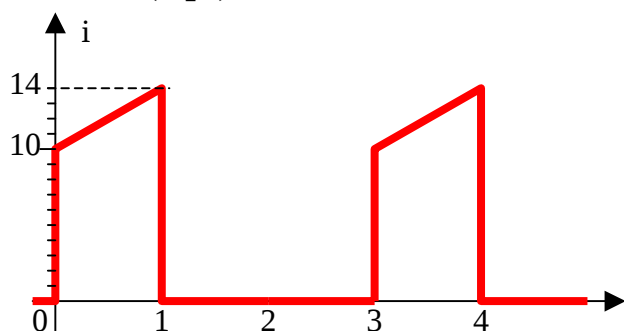
Calculer la valeur moyenne du signal périodique « i » ci-contre.

Corrigé :



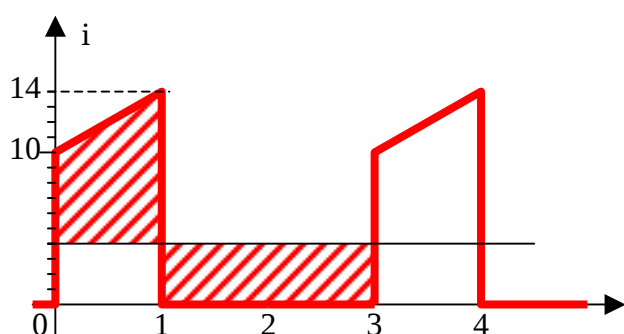
$$I_{moy} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9+15}{2} \cdot 1 \right) = 4 \text{ A}$$

Variante (1 pt)



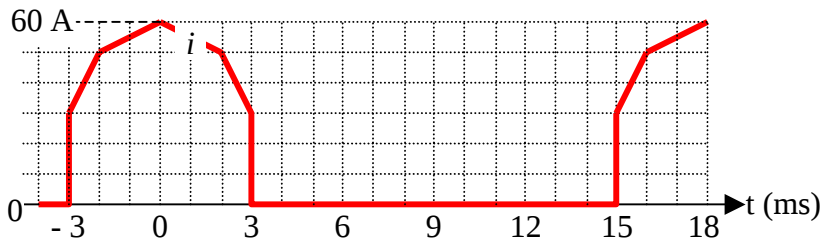
Calculer la valeur moyenne du signal périodique « i » ci-contre. *Seulement le calcul ; pas de commentaire.*

Corrigé :



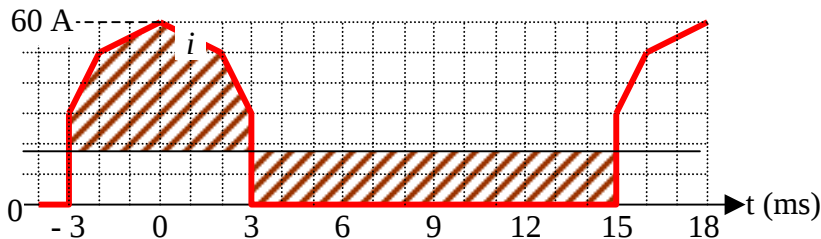
$$I_{moy} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{10+14}{2} \cdot 1 \right) = 4 \text{ A}$$

6 Valeur moyenne graphiquement avec des carreaux (3 pts)



Déterminer la valeur moyenne du courant périodique $i(t)$ ci-contre (sachant que celui-ci est constitué de segments de droite).

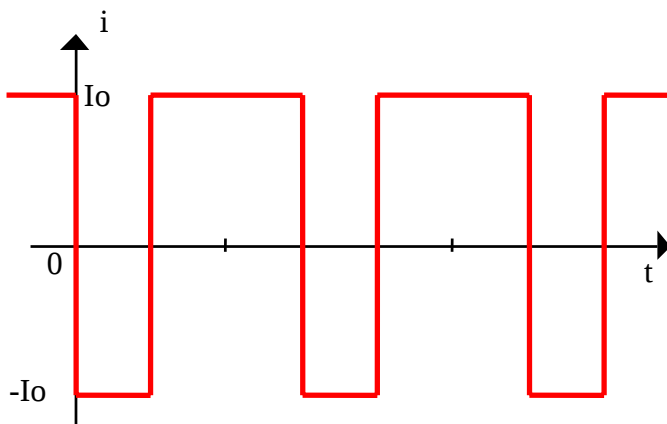
Réponse :



On peut faire une estimation :
Le résultat est compris dans la fourchette :
 $15 \text{ A} < I_{\text{moy}} < 19 \text{ A}$

- Il y a exactement de 30 carreaux sous la courbe sur un intervalle d'une période. Chaque carreau vaut 10 A.ms. Donc : $I_{\text{moy}} = \frac{10 \cdot 30}{18} = \frac{300}{18} = \frac{150}{9} = \frac{50}{3} = 16,67 \text{ A}$

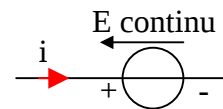
7 Valeur moyenne et valeur efficace d'un signal rectangulaire 1 (4 pts)



a) Rappeler la définition de la valeur efficace d'un signal périodique (pas nécessairement alternatif sinusoïdal).

b) Exprimer la valeur moyenne et la valeur efficace du courant périodique $i(t)$ ci-contre en fonction de I_o . Justifier en quelques mots.

c) Ce courant est appliqué à une source de tension continue de valeur « E ». Exprimer la puissance active P_E échangée dans cette source en fonction de I_o et E.



Corrigé

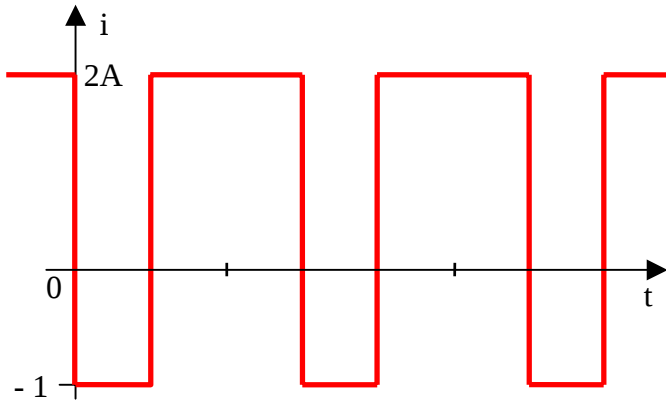
a) Valeur efficace = Racine carré de la valeur moyenne de la fonction au carré (RMS): $I_{\text{eff}} = \sqrt{(i(t)^2)_{\text{moy}}} \text{ (1pt)}$

b) $I_{\text{moy}} = \frac{\text{aire sous la courbe sur un intervalle d'une période}}{\text{Période}} \Rightarrow I_{\text{moy}} = \frac{-I_o \cdot 1 + 2 \cdot I_o}{3} = \frac{I_o}{3} \text{ (1pt)}$

$I_{\text{eff}} = \sqrt{(I_o^2)_{\text{moy}}} = I_o \text{ (1pt)}$

c) $P_E = E \cdot I_{\text{moy}} = E \cdot \frac{I_o}{3} \text{ (1pt)}$

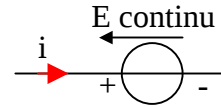
8 Valeur moyenne et valeur efficace d'un signal rectangulaire 2 (4 pts)



a) Rappeler la définition de la valeur efficace d'un signal périodique (pas nécessairement alternatif sinusoïdal).

b) Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace du courant périodique $i(t)$ ci-contre. ⁽³⁾

c) Ce courant est le courant dans une source de tension continue « E » de valeur 10 V. Exprimer la puissance active P_E échangée dans cette source.



Corrigé :

a) Valeur efficace = **Racine** carré de la valeur **moyenne** de la fonction au **carré (RMS)**: $I_{eff} = \sqrt{(i(t)^2)_{moy}}$ (1pt)

b) $I_{moy} = \frac{\text{aire sous la courbe sur un intervalle d'une période}}{\text{Période}}$

$$\Rightarrow I_{moy} = \frac{-1 \times 1 + 2 \times 2}{3} = 1 \text{ A (1pt)}$$

(on peut l'obtenir graphiquement)

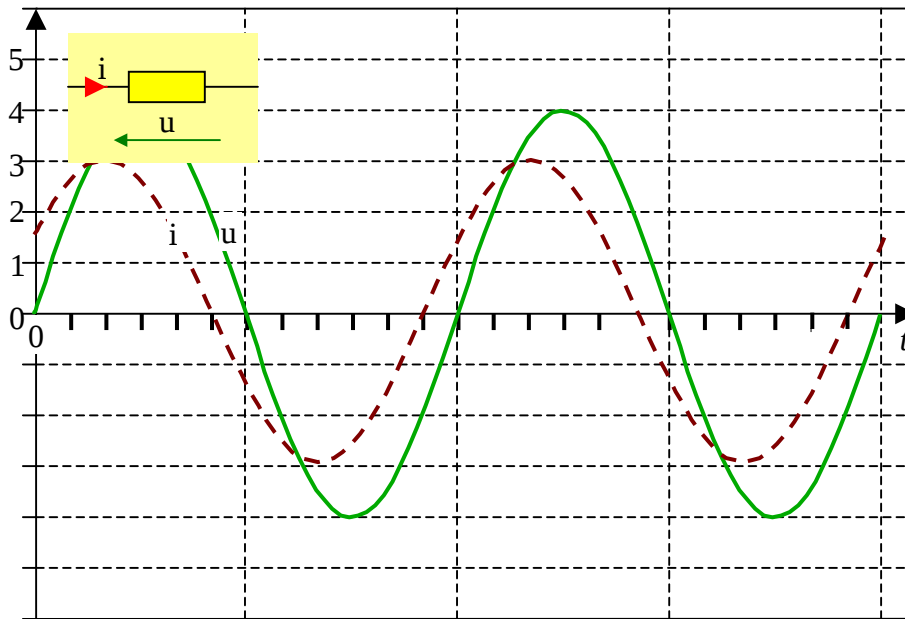
valeur moyenne de la fonction $i(t)^2$:

$$\frac{1^2 \times 1 + 2^2 \times 2}{3} = \frac{1 + 8}{3} = 3 \Rightarrow I_{eff} = \sqrt{(i^2)_{moy}} = \sqrt{3} = 1,732 \text{ A (1pt)}$$

$$c) P_E = E \cdot I_{moy} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ W (1pt)}$$

⁽³⁾ On rappelle que $\sqrt{2} = 1,414$ et $\sqrt{3} = 1,732$

9 Calcul de puissance en régime alternatif sinusoïdal 1 (4 pts)



Un dipôle est parcouru par le courant périodique $i(t)$ d'amplitude 3 A et soumis à la tension périodique $u(t)$ d'amplitude 4 V, représentés ci-contre.

a) Préciser la valeur numérique de I_{eff} , U_{eff} et du déphasage de $u(t)$ par rapport à $i(t)$ ⁽⁴⁾

b) En vous référant aux relations du cours sur les puissances en régime alternatif sinusoïdal, déterminer la valeur numérique de la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommée par ce dipôle.

Corrigé :

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ A} \quad ; \quad U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \text{ V} \quad ; \quad \varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$P = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos(\varphi) = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi) = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$$

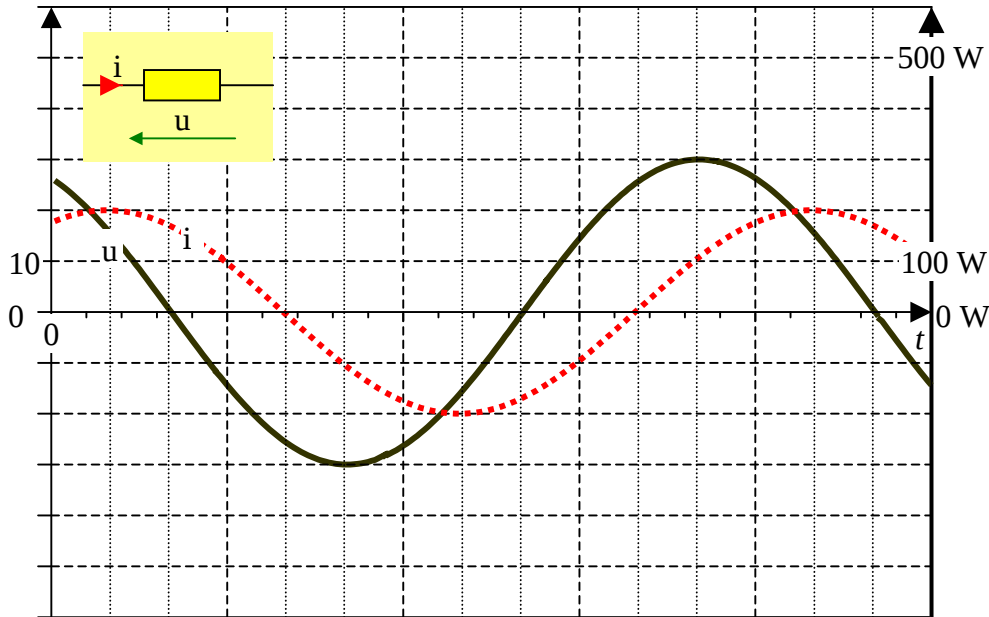
$$Q = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \sin(\varphi) = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi) = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -3 \text{ VAR (attention au signe -)}$$

$$S = I_{eff} \cdot U_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\sqrt{2}} = 6 \text{ VA} \quad \text{ou} \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (-3)^2} = 6 \text{ VA}$$

⁽⁴⁾ Le devoir se déroulant sans calculatrice, les résultats numériques pourront contenir des expressions telles que $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.

$$\text{Rappel : } \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} ; \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} ; \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} ; \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} ; \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} ; \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

10 Calcul de puissance en régime alternatif sinusoïdal 2



a) Un dipôle est parcouru par le courant périodique $i(t)$ d'amplitude 20 A et soumis à la tension périodique $u(t)$ d'amplitude 30 V, représentés ci-contre.

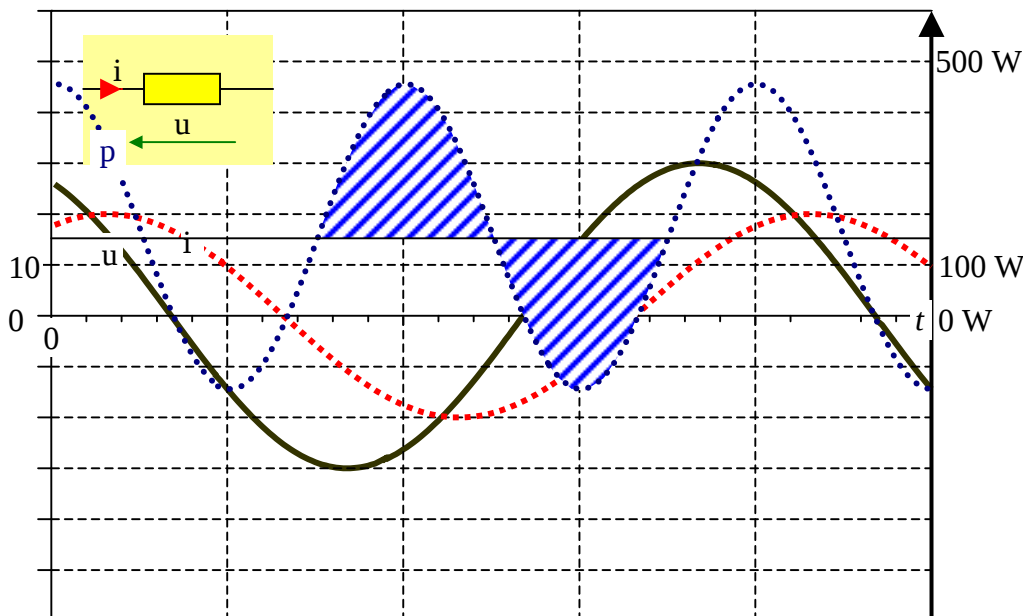
Sur le même graphe, avec l'échelle de droite, représenter l'allure de la fonction puissance instantanée

$p(t) = u(t) \cdot i(t)$ dans ce dipôle et estimer graphiquement la puissance active (ou moyenne).

Conseil : Repérer les points où $i = 0$ ou $+10$ ou -10 et ceux où $u = 0$ ou $+10$ ou -10 .
(On rappelle que $+*+=+$, $+*-=-$, $-*+=-$ et $-*-+=+$)

b) En vous référant aux relations du cours sur les puissances en régime alternatif sinusoïdal, déterminer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommée par ce dipôle. Préciser son facteur de puissance.

Corrigé :



$$P = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

$$P = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi)$$

$$P = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{30}{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$P = 150 \text{ W}$$

$$Q = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \sin(\varphi)$$

$$Q = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi)$$

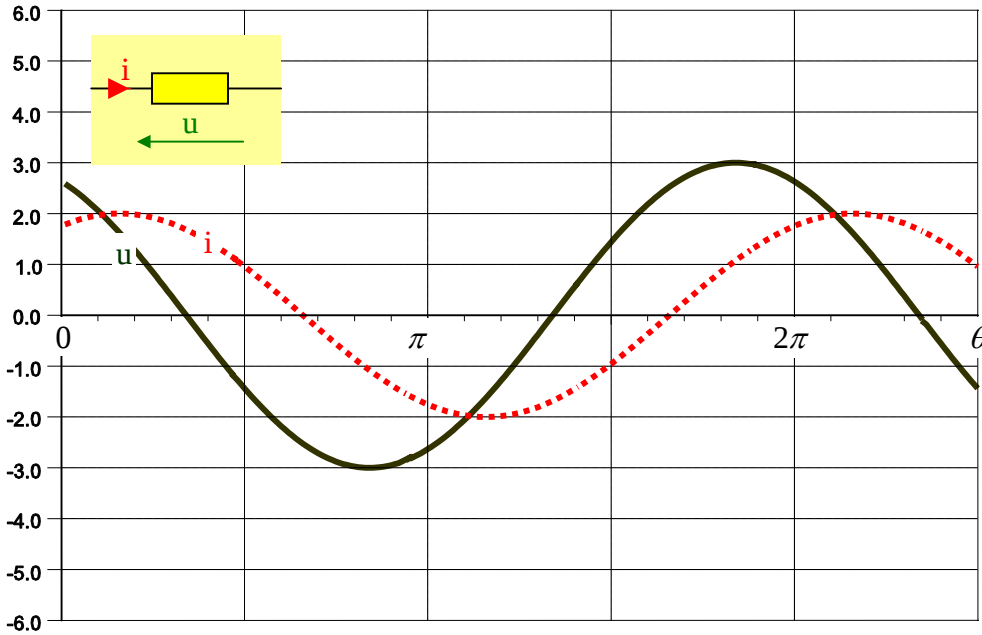
$$Q = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{30}{\sqrt{2}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$Q = 260 \text{ VAR}$$

$$S = I_{eff} \cdot U_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{30}{\sqrt{2}} = 300 \text{ VA} \text{ ou } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{150^2 + 260^2} = 300 \text{ VA}$$

$$\text{Facteur de puissance} = \cos(\varphi) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,5$$

11 Calcul de puissance en régime alternatif sinusoïdal 3 (7 pts)



a) Un dipôle est parcouru par le courant périodique $i(\theta)$ et soumis à la tension périodique $u(\theta)$ représentés ci-contre.

Sur le même graphe et avec la même échelle, représenter l'allure de la fonction puissance instantanée $p(\theta) = u(\theta) \cdot i(\theta)$ dans ce dipôle et estimer graphiquement la puissance active (ou moyenne).

Conseil : Repérer les points où $i = 0$ ou $+1$ ou -1 et ceux où $u = 0$ ou $+1$ ou -1 .

(On rappelle que $++ = +$, $+* = -$, $-* = +$ et $-- = +$)

Généralisation :

b) Soient $i(\theta) = I_{\max} \cdot \cos(\theta + \alpha)$ et $u(\theta) = U_{\max} \cdot \cos(\theta + \beta)$ avec $I_{\max}$, $U_{\max}$, α et β constants. Exprimer la puissance active dans le dipôle sous forme d'une intégrale comportant le terme $p(\theta)$.

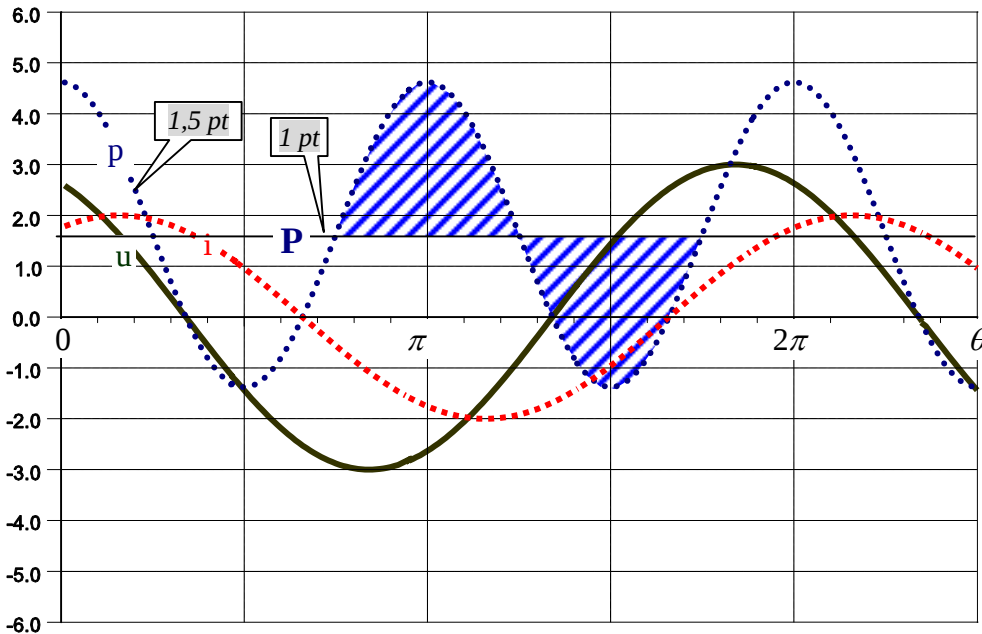
c) Sachant que :

- $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$
- l'intégrale d'une somme est la somme des intégrales
- l'intégrale d'une fonction alternative sinusoïdale sur un nombre entier de périodes est nulle,

Résoudre l'intégrale précédente afin d'exprimer la puissance active en fonction de $U_{\max}$, $I_{\max}$ et de $(\alpha - \beta)$

d) En vous référant aux relations du cours sur les puissances en régime alternatif sinusoïdal, déterminer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommée par ce dipôle. Préciser son facteur de puissance.

Corrigé :



a)

b)

$$P = (i(\theta) \cdot u(\theta))_{\text{moy}} = (p(\theta))_{\text{moy}}$$

Il existe plusieurs façons d'exprimer cette valeur moyenne. Par exemple :

$$P = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} p(\theta) \cdot d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} i(\theta) \cdot u(\theta) \cdot d\theta$$

1 pt

c)
$$P = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_{\text{max}} \cdot \cos(\theta + \alpha) \cdot U_{\text{max}} \cdot \cos(\theta + \beta) \cdot d\theta$$

$$P = \frac{I_{\text{max}} \cdot U_{\text{max}}}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{\cos(2\theta + \alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2} \cdot d\theta$$

$$P = \frac{I_{\text{max}} \cdot U_{\text{max}}}{4\pi} \cdot \left[\underbrace{\int_0^{2\pi} \cos(2\theta + \alpha + \beta) \cdot d\theta}_0 + \underbrace{\int_0^{2\pi} \cos(\alpha - \beta) \cdot d\theta}_{\cos(\alpha - \beta) \cdot 2\pi} \right] = \frac{I_{\text{max}} \cdot U_{\text{max}}}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

1,5 pt

On retrouve :
$$P = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\alpha - \beta) = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi)$$

d)
$$P = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi) = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(\frac{3,2 \cdot \pi}{10}\right) = 3 \cdot \cos(1,005) = 1,61 \text{ W}$$

0,5 pt

$$Q = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \sin(1,005) = 2,53 \text{ VAR}$$

0,5 pt

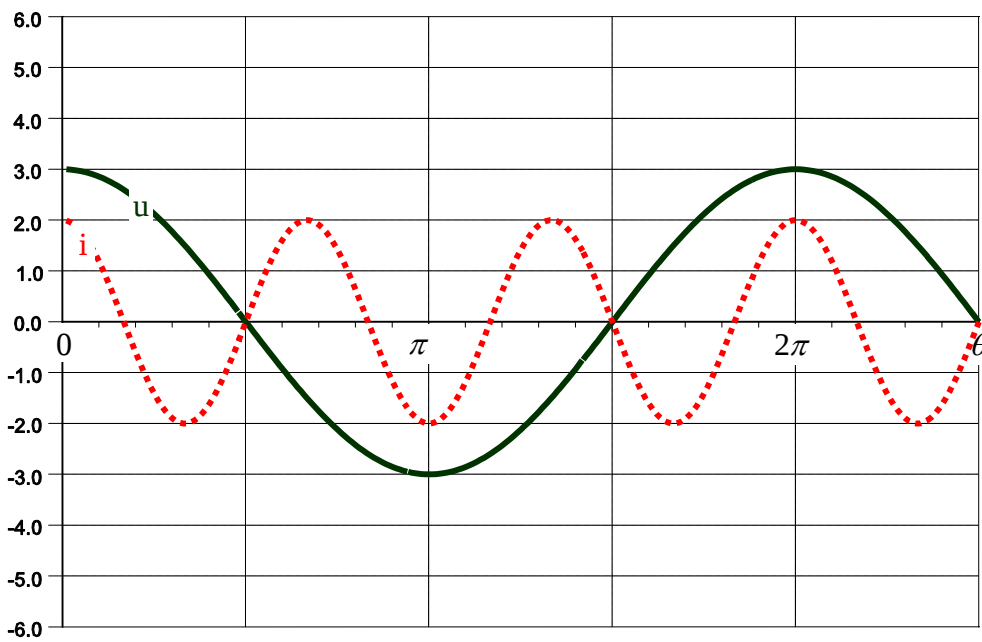
$$S = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 3 \text{ VA} \text{ ou } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \text{ VA}$$

0,5 pt

Facteur de puissance $k = \cos(\varphi = \cos(1,005)) = 0,536$

0,5 pt

12 Harmoniques et puissance active



b) Un dipôle est parcouru par le courant périodique $i(\theta)$ et soumis à la tension périodique $u(\theta)$ représentés ci-contre. Sur le même graphe et avec la même échelle, représenter l'allure de la fonction puissance instantanée dans ce dipôle et estimer graphiquement la puissance active (ou moyenne).

Repérer les points où $i = 0$ ou $+1$ ou -1 et les points où $u = 0$ ou $+1$ ou -1 .
(On rappelle que $+*+ = +$, $+*- = -$, $-*+ = -$ et $-*- = +$)

Généralisation :

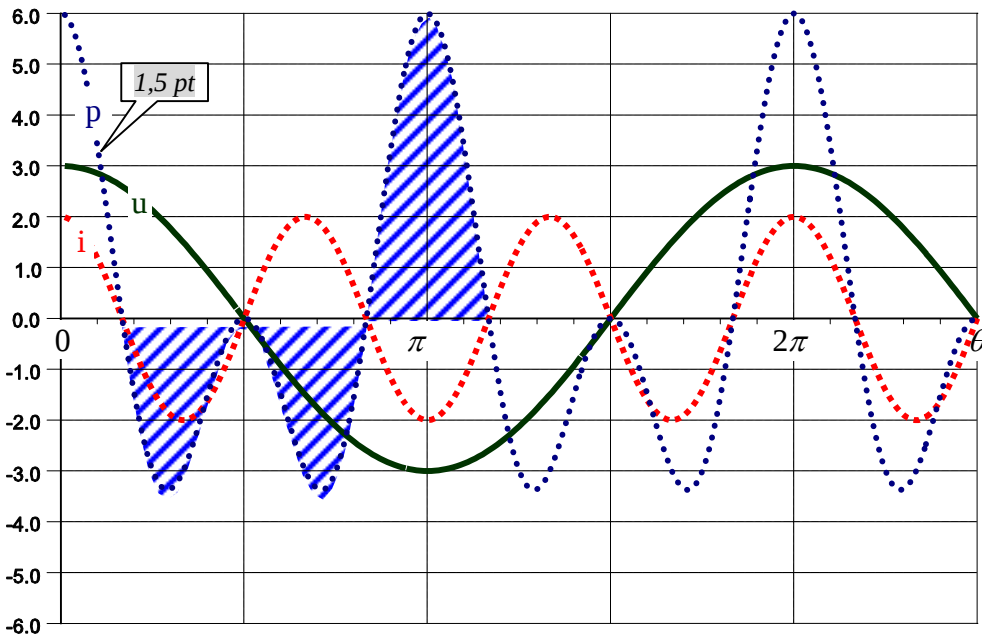
Soient $i(\theta) = I_{3\max} \cdot \cos(3\theta + \alpha_3)$ et $u(\theta) = U_{\max} \cdot \cos(\theta + \beta)$ avec $I_{3\max}$, $U_{\max}$, α_3 et β constants. Exprimer la puissance active dans le dipôle sous forme d'une intégrale comportant le terme $p(\theta)$.

Sachant que :

- $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$
- l'intégrale d'une somme est la somme des intégrales
- l'intégrale d'une fonction alternative sinusoïdale sur un nombre entier de périodes est nulle,

Résoudre l'intégrale précédente afin d'exprimer la puissance active dans ce dipôle (le résultat peut surprendre)

Corrigé :



b)
Graphiquement : $P \approx 0$

$$P = (i(\theta) \cdot u(\theta))_{\text{moy}}$$

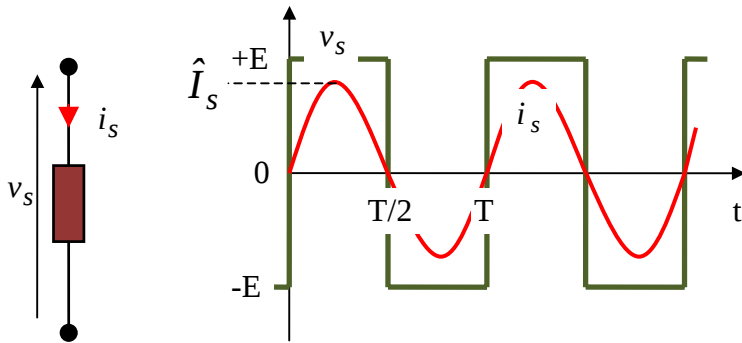
Il existe plusieurs façons d'exprimer cette valeur moyenne. Par exemple $P = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} i(\theta) \cdot u(\theta) d\theta$:

$$P = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_{3\text{max}} \cdot \cos(3\theta + \alpha_3) \cdot U_{\text{max}} \cdot \cos(\theta + \beta) \cdot d\theta \quad \leftarrow 1 \text{ pt}$$

$$P = \frac{I_{3\text{max}} \cdot U_{\text{max}}}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{\cos(4\theta + \alpha_3 + \beta) + \cos(2\theta + \alpha_3 - \beta)}{2} \cdot d\theta$$

$$P = \frac{I_{\text{max}} \cdot U_{\text{max}}}{4\pi} \cdot \left[\underbrace{\int_0^{2\pi} \cos(4\theta + \alpha_3 + \beta) \cdot d\theta}_0 + \underbrace{\int_0^{2\pi} \cos(2\theta + \alpha_3 - \beta) \cdot d\theta}_0 \right] = 0 \quad 1,5 \text{ pt}$$

13 Puissance dans un onduleur monophasé. (3,5 pts)

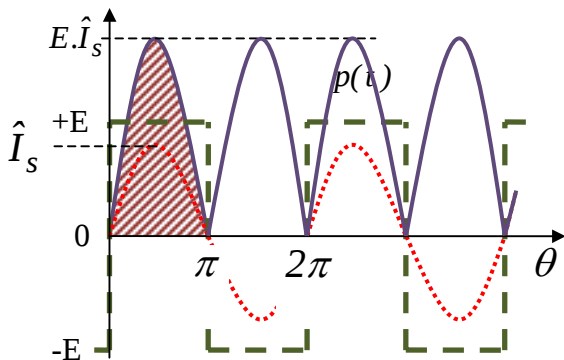


Le dipôle ci-contre est alimenté par la tension $v_s(t)$. Il est traversé par un courant $i_s(t)$.

a) Représenter le graphe de la puissance instantanée $p_s(t)$ reçue par ce dipôle. En déduire la puissance active P_s qu'il reçoit en fonction de E et $\hat{I}_s$.

b) Calculer le facteur de puissance de ce dipôle.

Corrigé :



a) La puissance active (ou puissance moyenne) est la valeur moyenne de la puissance instantanée :

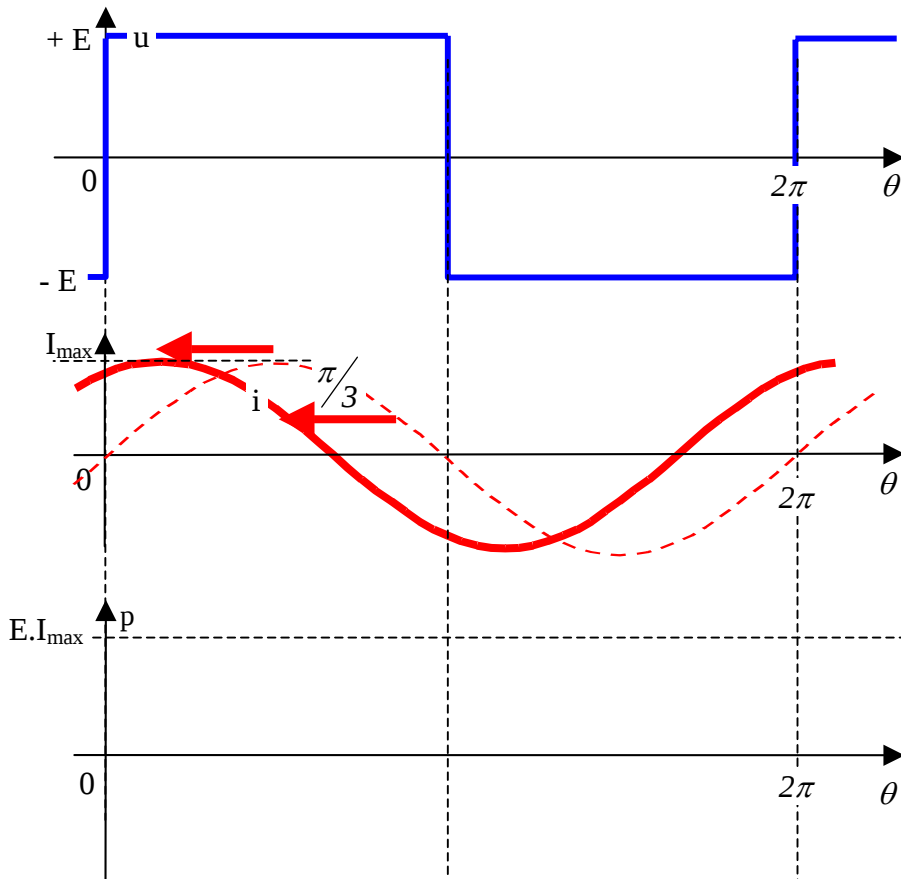
$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E \cdot \hat{I}_s \cdot \sin(\theta) d\theta = \frac{E \cdot \hat{I}_s}{\pi} [-\cos(\theta)]_0^{\pi}$$

$$\Rightarrow P = \frac{E \cdot \hat{I}_s}{\pi} [-\cos(\pi) + \cos(0)] = \frac{2 \cdot E \cdot \hat{I}_s}{\pi}$$

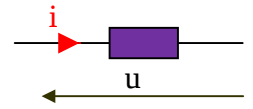
b) La définition du facteur de puissance est $k = \frac{P}{S}$

$$\Rightarrow k = \frac{P}{V_{seff} \cdot I_{seff}} = \frac{\frac{2 \cdot E \cdot \hat{I}_s}{\pi}}{E \cdot \frac{\hat{I}_s}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} = 0,9$$

14 Puissance instantanée (graphe) et puissance active (calcul) (4,5 pts)



En régime périodique, un dipôle est le siège de la tension u et du courant i ci-contre :



*Représenter le graphe de la puissance instantanée $p(\theta)$. En déduire une estimation graphique de la puissance active « P » dans ce dipôle.

*Exprimer $i(\theta)$.

*Exprimer $p(\theta)$ sur l'intervalle $[0 ; \pi]$

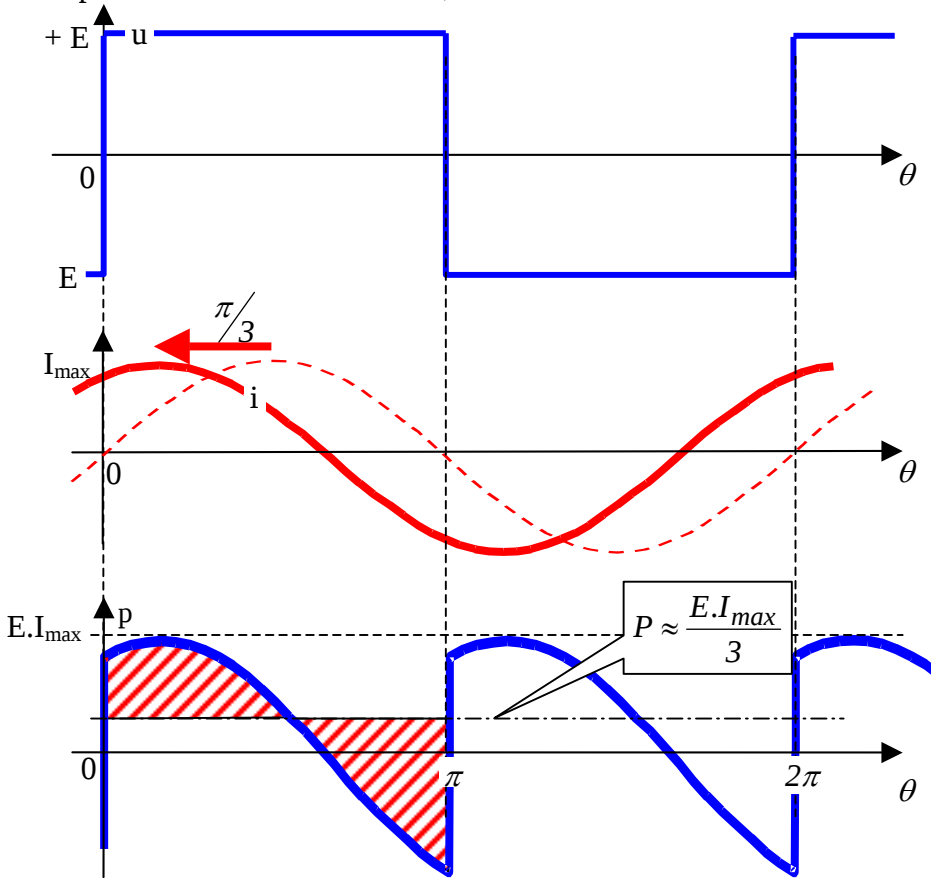
*A partir d'une intégrale, exprimer la puissance active « P » en fonction de E et de $I_{\max}$.

Corrigé :

Graph de $p(t)$ (1pt).

En hachurant les aires, on peut estimer l'ordre de grandeur de la puissance moyenne à $\frac{E.I_{max}}{3}$. (1pt)

Mais pour avoir une valeur exacte, nous devons recourir à un calcul intégral.



La puissance instantanée étant constituée de morceaux de sinusoides, il est judicieux de graduer l'axe des abscisses en θ , en choisissant la valeur « 2π » pour la période de la fonction alternative sinusoïdale de base (ici en pointillé).

$$i(\theta) = I_{max} \cdot \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (0,5 \text{ pt})$$

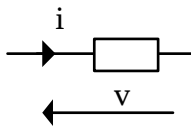
Sur l'intervalle $[0 ; \pi]$:

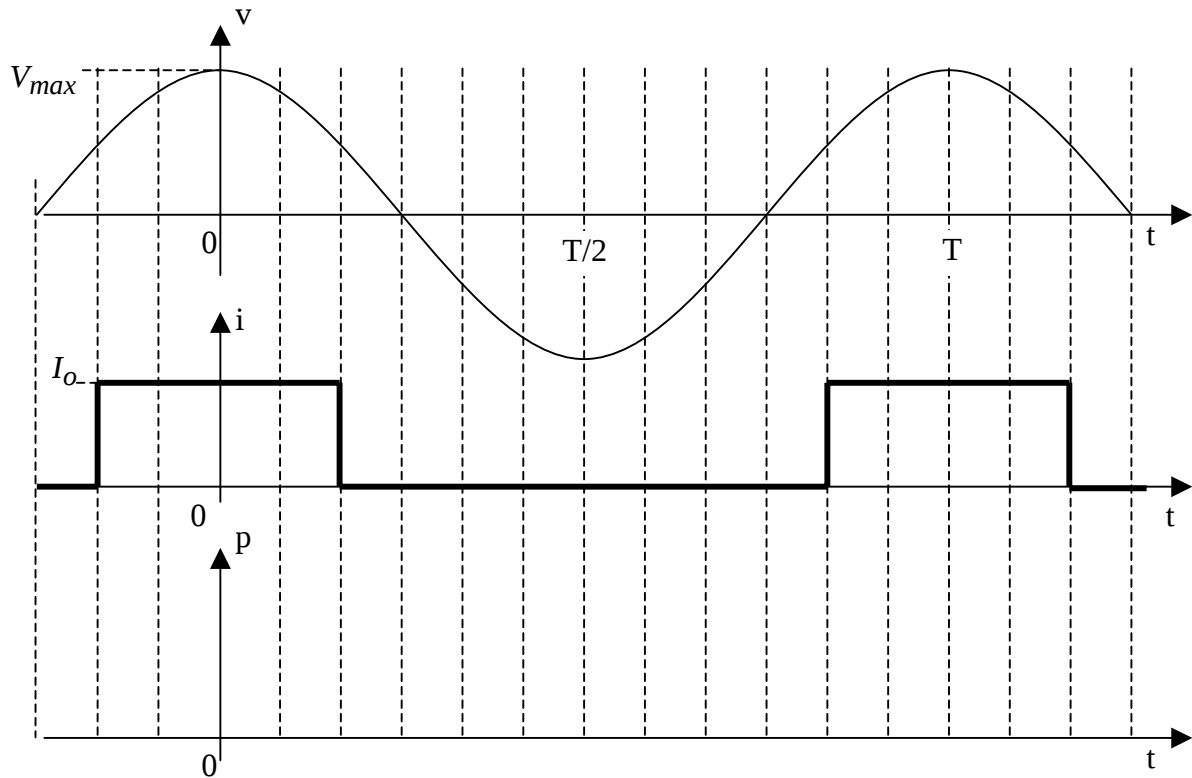
$$p(\theta) = E \cdot I_{max} \cdot \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E \cdot I_{max} \cdot \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) d\theta \quad (1 \text{ pt})$$

$$P = \frac{E \cdot I_{max}}{\pi} \left[-\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right]_0^{\pi} = \frac{E \cdot I_{max}}{\pi} \cdot \left[-\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] = \frac{E \cdot I_{max}}{\pi} \approx \frac{E \cdot I_{max}}{3,14} \quad (1 \text{ pt})$$

15 Puissance et val. efficace dans une phase d'un redresseur triphasé (5 pts)

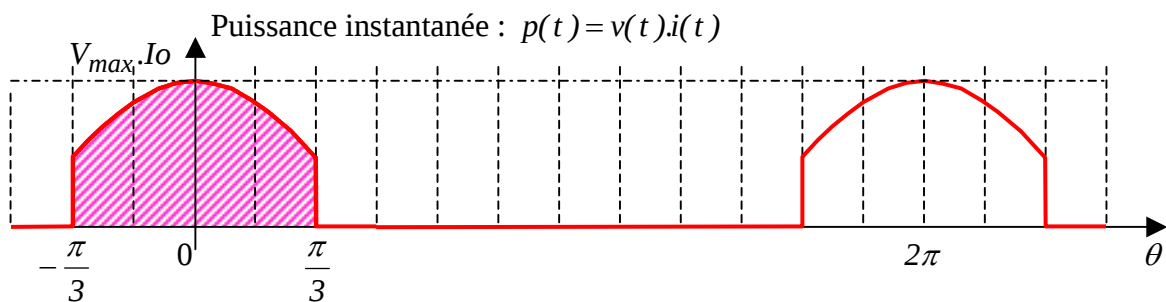
Soit le dipôle: . $i(t)$ et $v(t)$ sont périodiques et sont représentés ci-dessous.



Compléter ci-dessus le graphe de la puissance instantanée.

En fonction de V_{max} et de I_o , déterminer la puissance active P consommée par ce dipôle, la valeur efficace de $v(t)$ et la valeur efficace de $i(t)$

Corrigé :



Avec la graduation en radian ci-dessus:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} V_{max} \cdot I_o \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta = \frac{V_{max} \cdot I_o}{2\pi} [\sin(\theta)]_{-\pi/3}^{+\pi/3} = \frac{V_{max} \cdot I_o}{2\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right) = \frac{V_{max} \cdot I_o}{2\pi} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

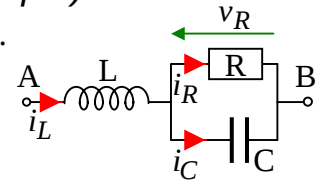
$$\Rightarrow P = \frac{V_{max} \cdot I_o \cdot \sqrt{3}}{2\pi}$$

$v(t)$ est une fonction alternative sinusoïdale, donc $V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$. $I_{eff} = \sqrt{\langle i(t)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{I_o^2 \cdot \frac{2\pi}{3}}{2\pi}} = \frac{I_o}{\sqrt{3}}$

16 Puissances et valeurs efficaces dans un filtre d'onduleur (4pts)

Le dipôle A-B ci-contre fonctionne en régime alternatif sinusoïdal de fréquence 50 Hz.

On dispose des données suivantes : $R = 115 \, \Omega$; $\frac{1}{C\omega} = 200 \, \Omega$; $L\omega = 0,6 \, \Omega$

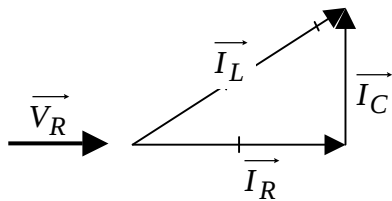


$$V_{R_{max}} = 230 \cdot \sqrt{2} \text{ (}^5\text{)}$$

A partir du cours, d'un calcul ou d'une estimation graphique, déterminer les valeurs numériques de I_{Reff} ,

I_{Ceff} , I_{Leff} et les valeurs numériques des puissances actives P_R dans R, P_C dans C, et P_{AB} dans le dipôle AB.

Corrigé :



$$R = 115 \, \Omega ; \frac{1}{C\omega} = 200 \, \Omega ; L\omega = 0,6 \, \Omega ; V_{R_{max}} = 230 \cdot \sqrt{2}.$$

$$I_{Reff} = \frac{V_{Reff}}{R} = \frac{230}{115} = 2 \text{ A} \quad I_{Ceff} = \frac{V_{Reff}}{\frac{1}{C\omega}} = \frac{230}{200} = 1,15 \text{ A}$$

$I_{Leff} \approx 2,3 \text{ A}$ (graphiquement avec le diagramme de Fresnel ci-contre).

ou avec le théorème de Pythagore : $I_{Leff} = \sqrt{2^2 + 1,15^2} = 2,3070544 \text{ A}$

$$P_R = R \cdot I_{Reff}^2 = V_{Reff} \cdot I_{Reff} = \frac{V_{Reff}^2}{R} = 460 \text{ W} ; P_C = 0 ; P_{AB} = P_R + P_C + P_L = 460 + 0 + 0 = 460 \text{ W}$$

(⁵) $\frac{230}{115} = 2$; $\frac{230}{200} = 1,15$; $\frac{230}{0,6} = 383$

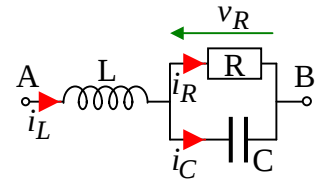
17 Puissances et valeurs efficaces dans un filtre d'onduleur **Variante** (3 pts)

Le dipôle A-B ci-contre fonctionne en régime alternatif sinusoïdal de fréquence 50 Hz .

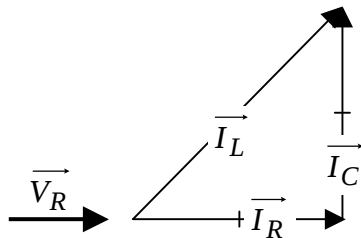
On dispose des données suivantes :

$$V_{Rmax} = 200 \cdot \sqrt{2} , I_{Reff} = 2 \text{ A} , I_{Ceff} = 2 \text{ A} ,$$

A partir du cours, d'un calcul ou d'une estimation graphique, déterminer la valeur numérique de I_{Leff} et les valeurs numériques des puissances actives P_R dans « R », P_C dans « C », et P_{AB} dans le dipôle AB.



Corrigé :



$$I_{Leff} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} \text{ A} \text{ ou } I_{Leff} = 2 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 1,414 \approx 2,8 \text{ A}$$

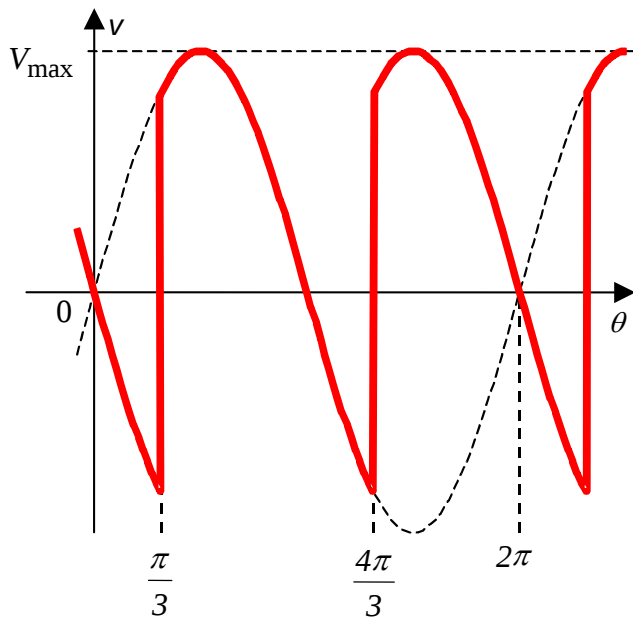
(graphiquement avec le diagramme de Fresnel ci-contre).

$$P_R = V_{Reff} \cdot I_{Reff} = 200 \cdot 2 = 400 \text{ W}$$

$$P_C = 0$$

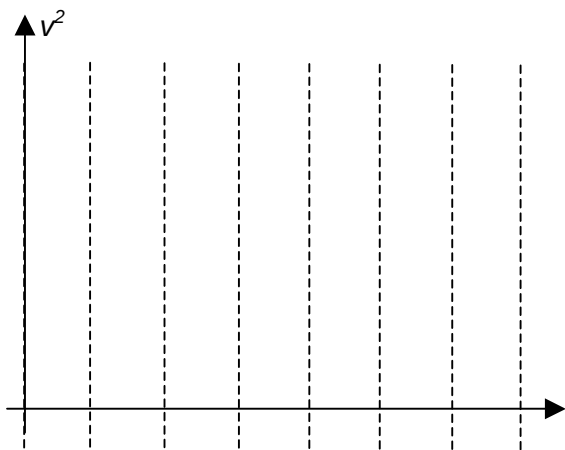
$$P_{AB} = P_R + P_C + P_L = 400 + 0 + 0 = 400 \text{ W}$$

18 Valeur moyenne et valeur efficace dan un redresseur à thyristors (3 pts)



Soit une fonction périodique $v_{(\theta)}$ représentée en traits gras.

- Représenter une estimation de V_{moy} sur le graphe de $v_{(\theta)}$ ci-contre. (*Hachurer les aires concernées en guise de justification*).
- Calculer mathématiquement la valeur moyenne de $v_{(\theta)}$ en fonction de V_{max} .
- A partir d'un raisonnement simple, d'une construction graphique ou d'un calcul mathématique, déterminer la valeur efficace V_{eff} de $v_{(\theta)}$ en fonction de V_{max} . (*Expliquer la démarche*)



Variante

- Donner la définition de la valeur efficace d'un signal périodique (*qui peut ne pas être sinusoïdal*) en traduisant la signification des trois lettres R M S.
- Représenter ci-contre l'allure de v^2 . En déduire la valeur de V_{eff} en fonction de V_{max} .
- La tension v est appliquée à un dipôle qui est alors traversé par un courant constant I_0 . Exprimer la puissance active dissipée dans ce dipôle en fonction de V_{max} et I_0 .

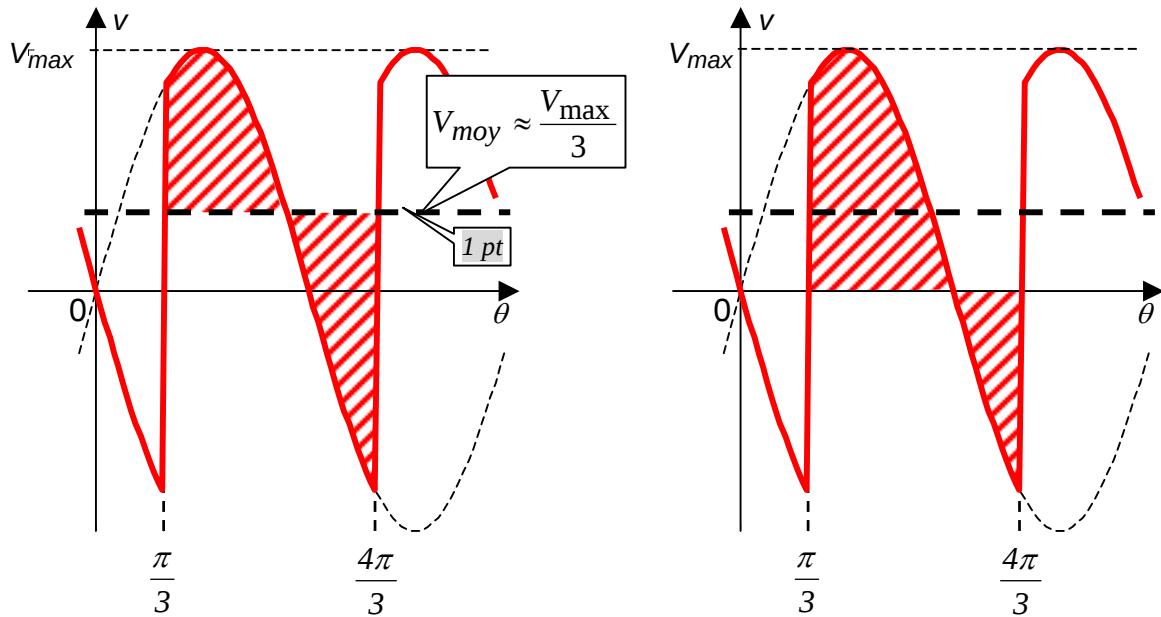
f) La tension v est maintenant appliquée à une résistance ohmique de valeur « R ». Exprimer la puissance active dissipée dans ce dipôle en fonction de V_{max} et R .

Variante

e) La tension $v(t)$ est appliquée à un dipôle qui est alors traversé par un courant constant I_0 . Exprimer la puissance active dissipée dans ce dipôle en fonction de I_0 et de (au choix) V_{max} ou V_{moy} ou V_{eff} ou t .

f) La tension v est maintenant appliquée à une résistance ohmique de valeur « R ». Exprimer la puissance active dissipée dans ce dipôle en fonction de R et de (au choix) V_{max} ou V_{moy} ou V_{eff} ou t .

Corrigé



$$V_{moy} = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} V_{max} \cdot \sin(\theta) d\theta \quad \text{1 pt}$$

$$V_{moy} = \frac{V_{max}}{\pi} \left[-\cos(\theta) \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} = \frac{V_{max}}{\pi} \left[-\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] = \frac{V_{max}}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] = \frac{V_{max}}{\pi} \quad \text{1 pt}$$

La valeur efficace est la racine carrée de la valeur moyenne de la fonction au carré. ($F_{eff} = \sqrt{\left(f(t)^2\right)_{moy}}$)

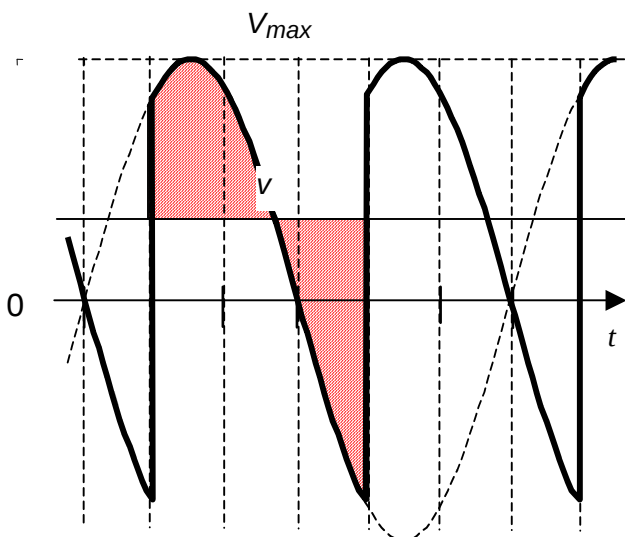
Le carré de la fonction alternative sinusoïdale (en pointillé) et le carré de la fonction $v(t)$ en trait plein sont identiques. Leur valeur moyenne est donc identique et de même, la racine carrée de leur valeur moyenne. Les valeurs efficaces sont donc identiques.

La valeur efficace d'une fonction alternative sinusoïdale est égale à $\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$ et c'est donc la même valeur pour la fonction $v(t)$ en trait plein. 1,5 pt

d) La valeur moyenne de $v(t)^2$ vaut $\frac{V_{max}^2}{2}$ (comme pour une fonction alternative sinusoïdale au carré).

$$\text{Donc } V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

Voir la justification dans le paragraphe 3.5 f) du cours [chapitre 10 de Baselecpro](#) sur le site IUTenligne

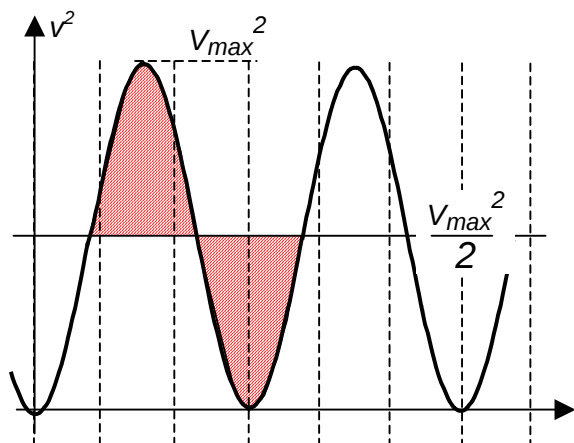


e) La tension $v(t)$ est appliquée à un dipôle qui est alors traversé par un courant constant I_0 .

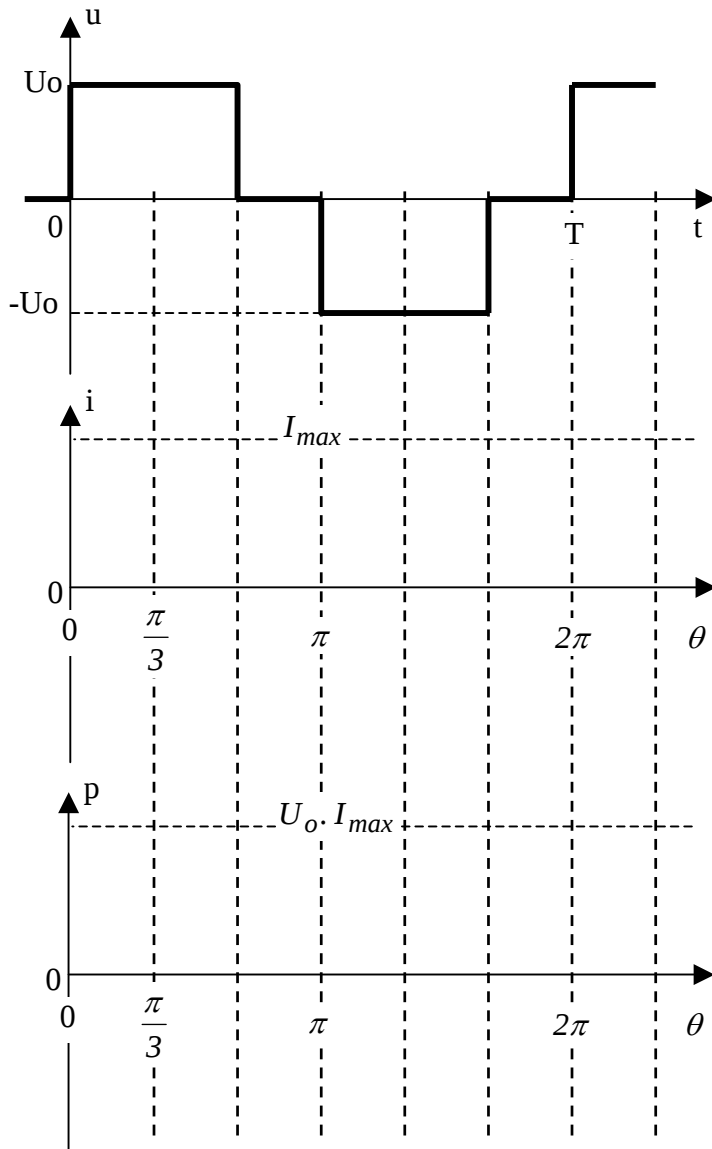
Lorsque le courant est constant, $P = \langle V \rangle \cdot I_0 = \frac{V_{max} \cdot I_0}{\pi}$.

f) Pour une résistance ohmique de valeur « R ». $P = \frac{V_{eff}^2}{R}$,

donc ici, on peut également écrire $P = \frac{V_{max}^2}{2R}$



19 Valeur moyenne, valeur efficace et puissance dans un onduleur (5 pts)



a) Calculer la valeur efficace de la tension périodique ci-contre.

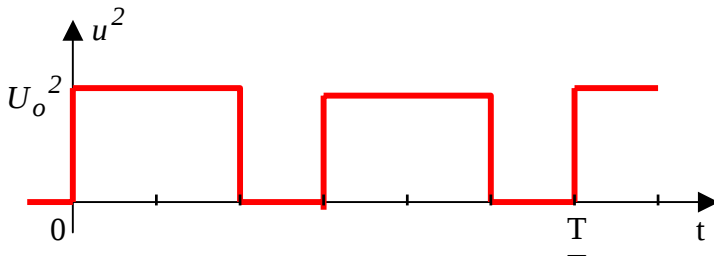
b) Un dipôle soumis à la tension $u(t)$ ci-contre absorbe le courant $i(t) = I_{\max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$ de même période.

Représenter ci-contre l'allure $i(t)$ et de la puissance instantanée $p(t)$ échangée dans ce dipôle.

Avec une intégrale, calculer la puissance active échangée dans ce dipôle en fonction de U_0 et $I_{\max}$.

:

Corrigé :

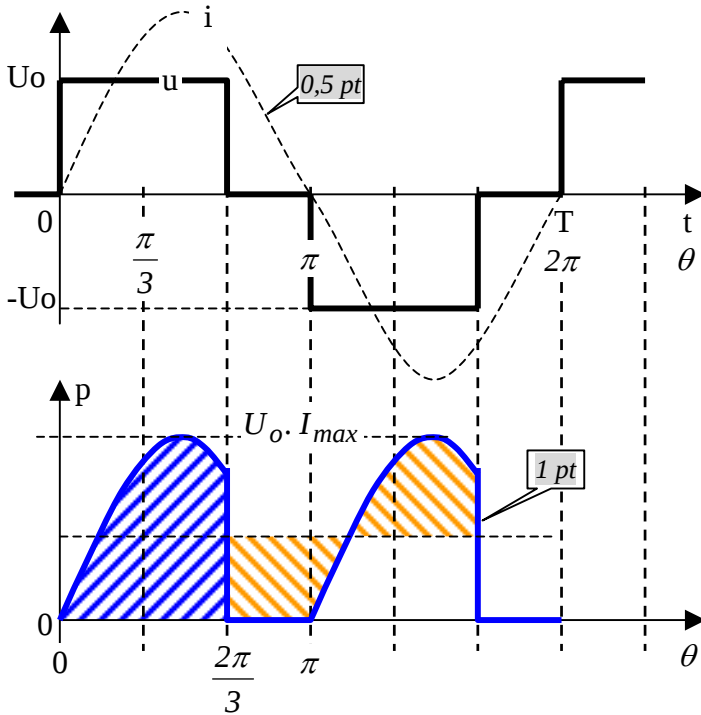


Graphiquement :

$$\left(u(t)^2\right)_{\text{moy}} = \frac{2}{3} U_o^2$$

$$\Leftrightarrow U_{\text{eff}} = \sqrt{\left(u(t)^2\right)_{\text{moy}}} = \sqrt{\frac{2}{3} U_o^2} = U_o \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

1,5 pt



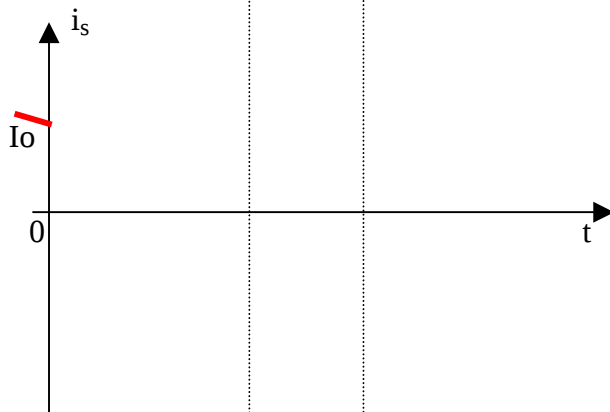
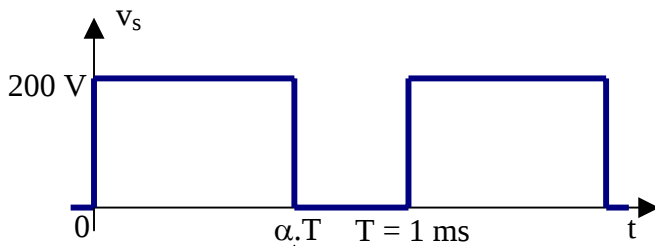
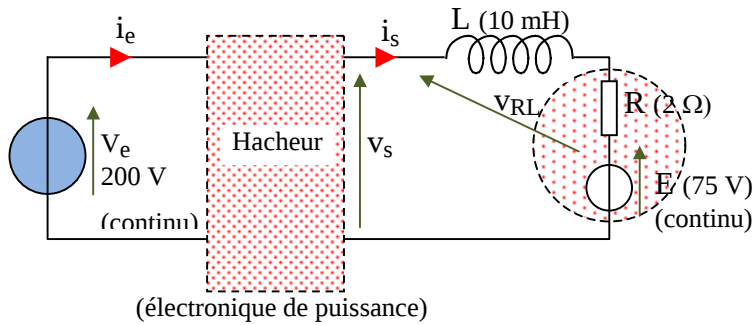
Graphiquement : $P \approx \frac{U_o \cdot I_{\text{max}}}{2}$

Par calcul:

$$P = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} U_o \cdot I_{\text{max}} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta = \frac{U_o \cdot I_{\text{max}}}{\pi} \cdot [-\cos(\theta)]_0^{\frac{2\pi}{3}}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{U_o \cdot I_{\text{max}}}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{2} + 1 \right] = \frac{3 \cdot U_o \cdot I_{\text{max}}}{2\pi}$$

20 Hacheur alimentant une machine à courant continu en régime périodique. (Problème de synthèse)



prend la valeur I_0 à l'instant $t = 0$ et à l'instant T .

Sur l'intervalle $[0, \alpha.T]$, le courant $i_s(t)$ est exponentiel croissant du type :

$$f(t) = (f(t_0) - F_F) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} + F_F$$

Sachant que $i_s(0) = I_0$, en déduire l'expression de $i_s(t)$ sur l'intervalle $[0, \alpha.T]$. (Remplacer t_0 , $f(t_0)$, F_F et τ par leurs valeurs respectives pour cet intervalle).

Compléter le graphe de $i_s(t)$ en indiquant par un pointillé les valeurs des asymptotes de $i_s(t)$ pour le morceau de courbe situé sur l'intervalle $[0, \alpha.T]$ et pour le morceau de courbe situé sur l'intervalle $[\alpha.T, T]$ (Indiquer les valeurs numériques de ces asymptotes).

Aucune connaissance des hacheurs ou des machines à courant continu n'est nécessaire pour répondre aux questions.

Les parties A, B, C et D de cet exercice sont indépendantes.

Une source de tension continue V_e de 200 V alimente un convertisseur « hacheur » qui produit en sortie une tension carrée $v_s(t)$.

La tension $v_s(t)$ est un signal carré de période $T = 1 \text{ ms}$ avec un rapport cyclique α variable (voir la courbe $v_s(t)$ ci-contre)

Cette tension $v_s(t)$ est appliquée un dipôle L.R.E. constitué d'une inductance L de 10 mH en série avec une résistance de 2Ω et une source de tension continue de 75 V. Il en résulte un courant $i_s(t)$.

A) Valeurs moyennes (2,5pts)

Calculer $\langle V_s \rangle$ et $\langle I_s \rangle$ en fonction du rapport cyclique α .

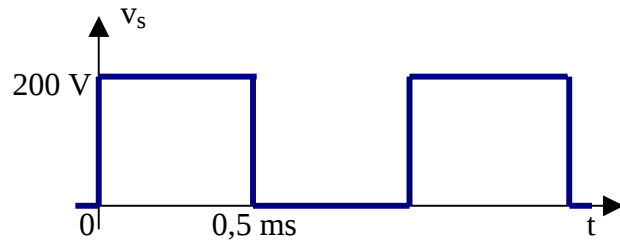
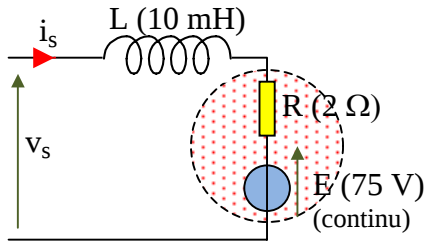
B) Régimes transitoires (3,5pts)

Quelle est la valeur de la tension v_{RL} sur l'intervalle de temps $[0, \alpha.T]$?

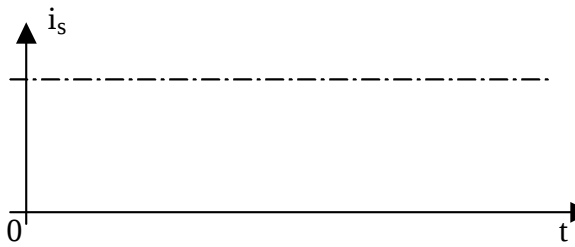
Le courant $i_s(t)$ est un signal périodique qui

C) Puissances et valeurs efficaces. (6pts)

On se place maintenant dans le cas particulier où le rapport cyclique α vaut $\frac{1}{2}$.



On admettra que le courant $i_s(t)$ est peu différent de $i_s(t) = 12,5 - 2 \cdot \cos(2000 \cdot \pi \cdot t)$. (Cette approximation permet de simplifier les calculs).

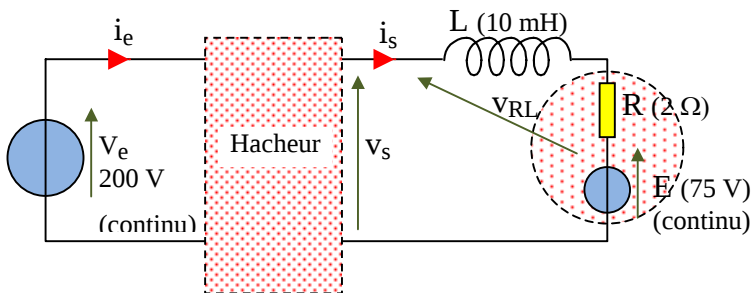


Représenter le graphe de $i_s(t)$ dans le cadre de cette approximation. (Ne pas oublier de graduer les axes)

Déterminer les valeurs numériques de $I_{s\max}$, $\langle I_s \rangle$ et I_{seff} ⁽⁶⁾.

Calculer la puissance active P_E absorbée par la source « E », la puissance active P_R absorbée par la résistance « R » et la puissance active P_{LRE} absorbée par l'ensemble du dipôle L,R,E.

D) Conservation de la puissance active. (1pts)



Dans cette question, on admettra que la puissance active absorbée par le dipôle L,R,E est $P_{LRE} = 1250 \text{ W}$. On considèrera que le hacheur est idéal et donc qu'il ne consomme aucune puissance. En utilisant la conservation de la puissance active, en déduire $I_{e\text{moy}}$

⁽⁶⁾ Attention, sauf cas particulier, la valeur efficace n'est pas $\frac{\text{Valeur max}}{\sqrt{2}}$.

On rappelle que $I_{eff} = \sqrt{\langle I \rangle^2 + I_{alt\text{eff}}^2}$

Corrigé hacheur

A)

$$\langle V_s \rangle = \alpha \cdot V_{s_{max}} = 200 \cdot \alpha$$

$$\Rightarrow v_s(t) = v_L(t) + v_R(t) + E$$

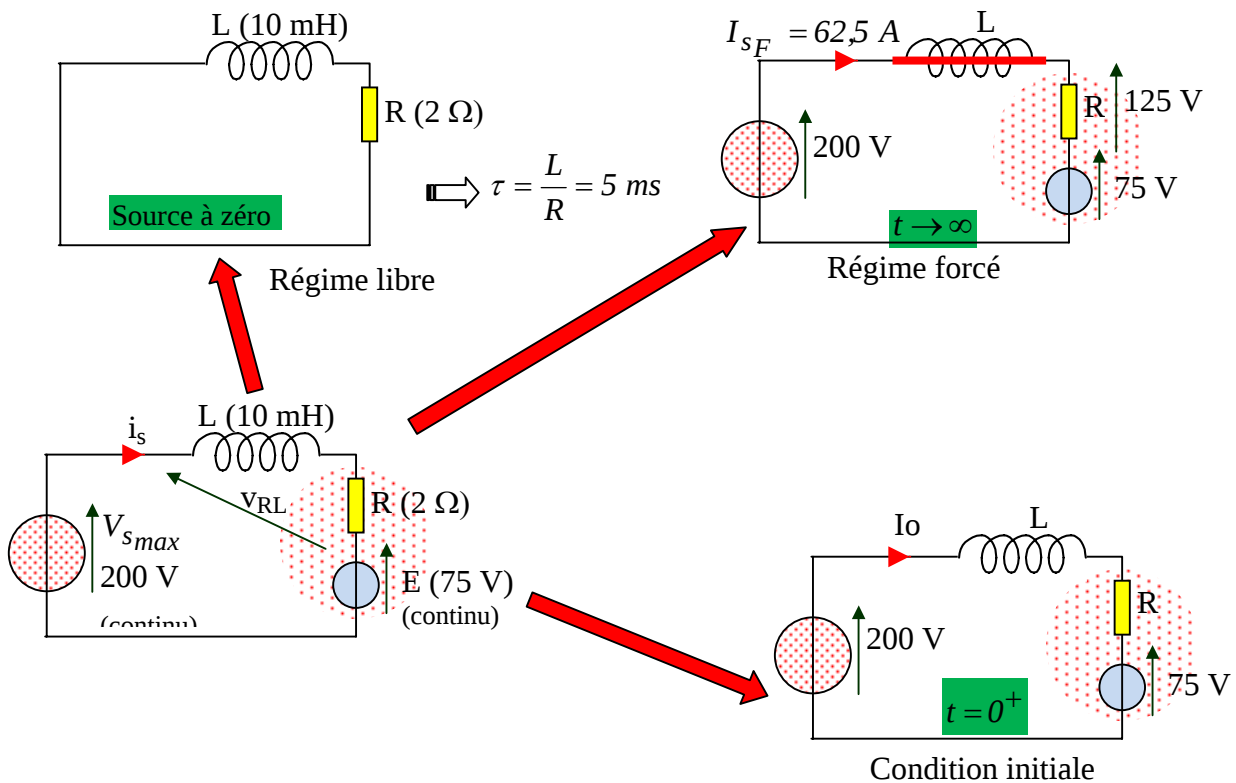
La valeur moyenne d'une somme de fonctions de même période est la somme des valeurs moyennes de chaque fonction $\Rightarrow \langle v_s \rangle = \langle v_R \rangle + \langle v_L \rangle + E$

➤ La valeur moyenne de la tension aux bornes d'une inductance est nulle. La valeur moyenne de la tension aux bornes de la résistance « R » est $\langle v_R \rangle = R \cdot \langle I_s \rangle \Rightarrow \langle v_s \rangle = R \cdot \langle I_s \rangle + 0 + E$
 $\Rightarrow \langle I_s \rangle = \frac{\langle v_s \rangle - E}{R} = \frac{200 \cdot \alpha - 75}{2} = 100 \cdot \alpha - 37.5$

B)

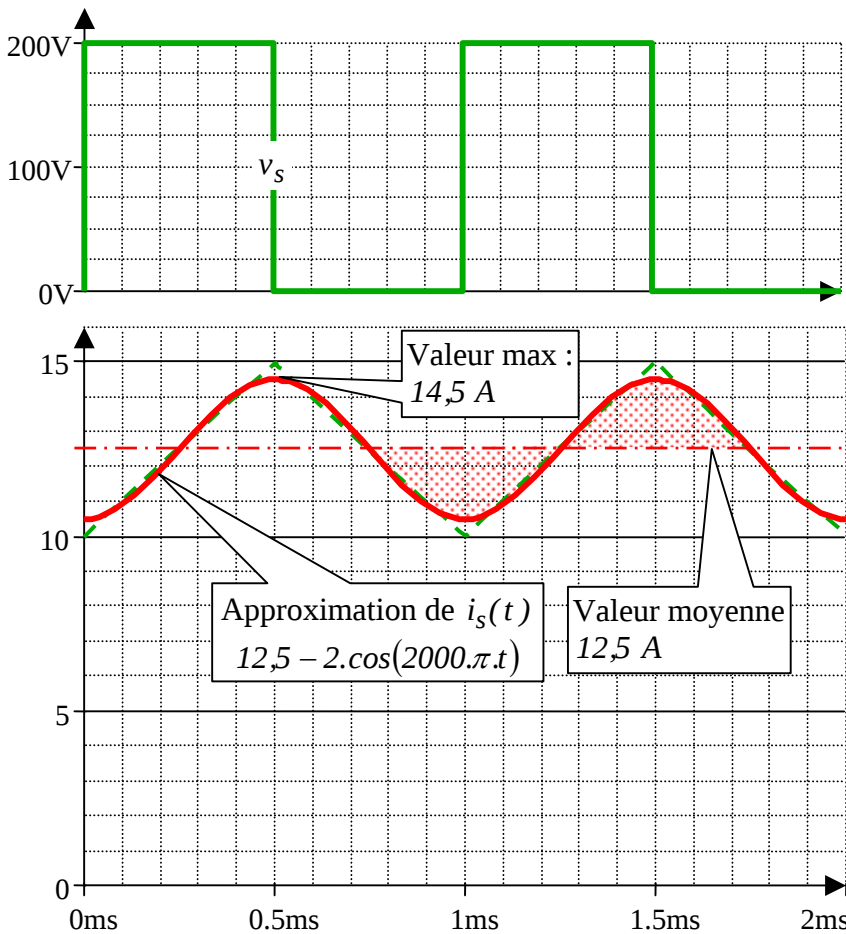
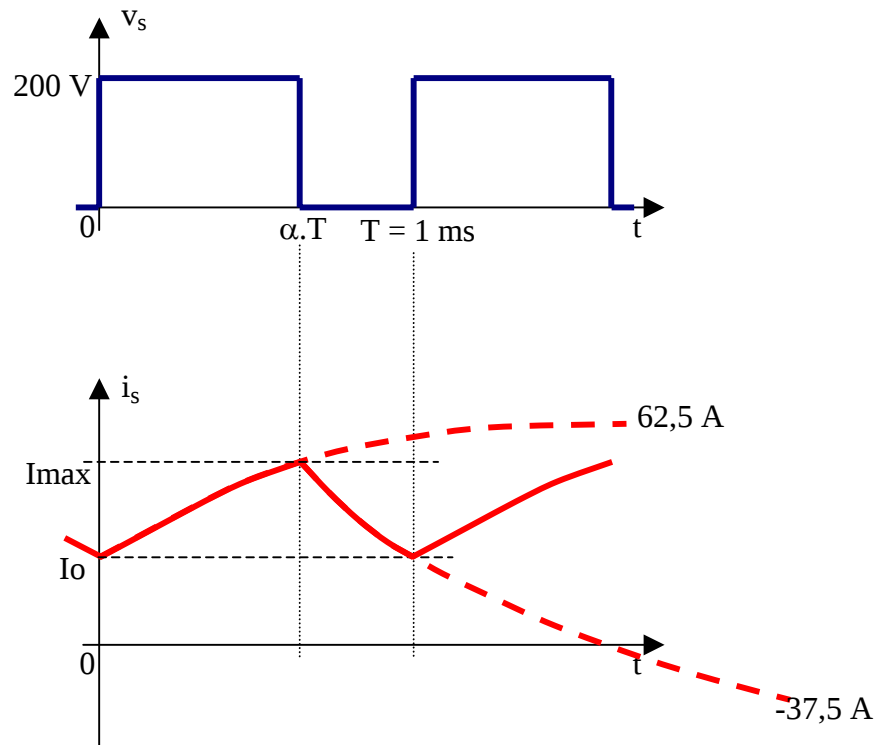
Pour l'étude des régimes transitoires du premier ordre, on peut se reporter au chapitre 13 de la ressource [Baselecpro](#) sur le site IUTenligne

v_{RL} sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T]$: $v_{RL} = V_{s_{max}} - E = 200 - 75 = 125 \text{ V}$



Sur l'intervalle $[0, \alpha T]$, $i_s(t) = (I_0 - I_{sF}) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} + I_{sF} = (I_0 - 62.5) \cdot e^{-\frac{t-0}{5 \cdot 10^{-3}}} + 62.5$

C)



La courbe du courant $i_s(t)$ en pointillé (obtenue par simulation) est peu différente de l'approximation

$$i_s(t) = 12,5 - 2 \cdot \cos(2000 \cdot \pi \cdot t).$$

Avec l'approximation : $\langle I_s \rangle = 12,5 \text{ A}$;

$$I_{s_{\min}} = 12,5 - 2 = 10,5 \text{ A} ;$$

$$I_{s_{\max}} = 12,5 + 2 = 14,5 \text{ A}$$

$$I_{s_{\text{eff}}} = \sqrt{12,5^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 12,58 \text{ A}$$

$P_E = E \cdot \langle I_s \rangle = 75 \cdot 12,5 = 937,5 \text{ W}$ car la source « E » est une tension constante ;

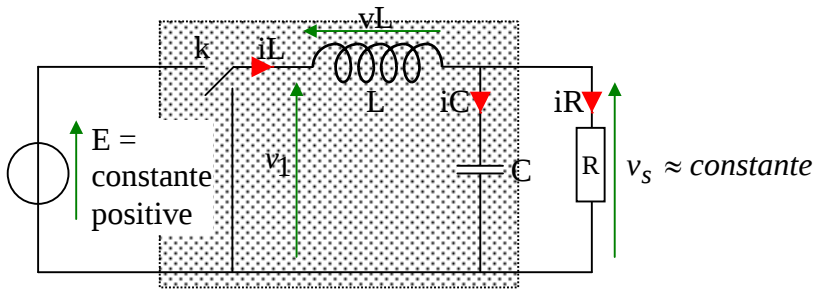
$$P_R = R \cdot I_{s_{\text{eff}}}^2 = 2 \cdot 12,58^2 = 316,5 \text{ W} ;$$

$$P_{LRE} = P_L + P_R + P_E \\ = 0 + 937,5 + 316,5 = 1254 \text{ W}$$

D) La puissance active fournie par la source V_e est égale à la somme de la puissance active consommée par le hacheur et la puissance consommée par la charge « LRE »

$$V_e \cdot \langle I_e \rangle = 200 \cdot \langle I_e \rangle = 0 + 1254 \Leftrightarrow \langle I_e \rangle = \frac{1254}{200} = 6,27 \text{ A} \text{ ou } \langle I_e \rangle = \frac{1250}{200} = 6,25 \text{ A}$$

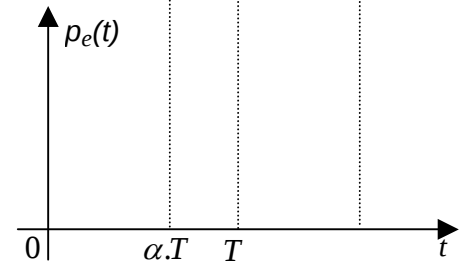
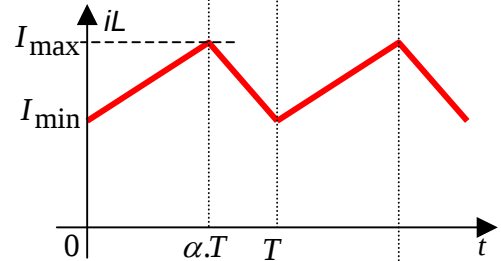
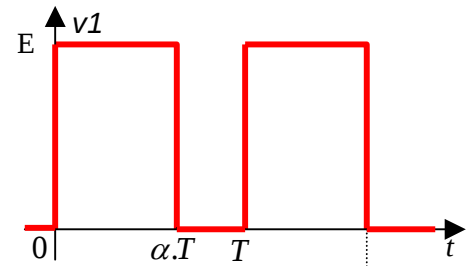
21 Signaux dans une alimentation à découpage (7 pts)



L'alimentation à découpage ci-dessus reçoit son énergie électrique d'une source de tension constante « E. »

Cette tension E est découpée périodiquement (période T) avec un rapport cyclique α pour réaliser la tension $v_1(t)$ (voir ci-contre)

La tension $v_1(t)$ engendre le courant $i_L(t)$ (voir ci-contre)



a) Exprimer $V_{I_{moy}}$ en fonction de α et E.

b) Exprimer $I_{L_{moy}}$ en fonction des paramètres de $i_L(t)$.

c) Représenter ci-contre la puissance instantanée (au niveau de v_1 et i_L) : $p_e(t)$ et calculer la puissance active P_e en fonction de I_{max} , I_{min} , α et E.

d) Le condensateur C s'oppose aux variations de la tension v_s à ses bornes. On suppose sa valeur suffisamment grande pour qu'à la fréquence de fonctionnement du montage on puisse considérer v_s presque constant égal à V_s .

On en déduit qu'on peut faire l'approximation $i_R(t) = I_{R_{moy}} = \frac{V_s}{R} = cte = I_R$

Exprimer $i_R(t)$ en fonction de $i_L(t)$ et $i_C(t)$. En déduire $I_{R_{moy}}$ en fonction de $I_{L_{moy}}$ puis en fonction de I_{min} et I_{max} (expliquer la démarche)

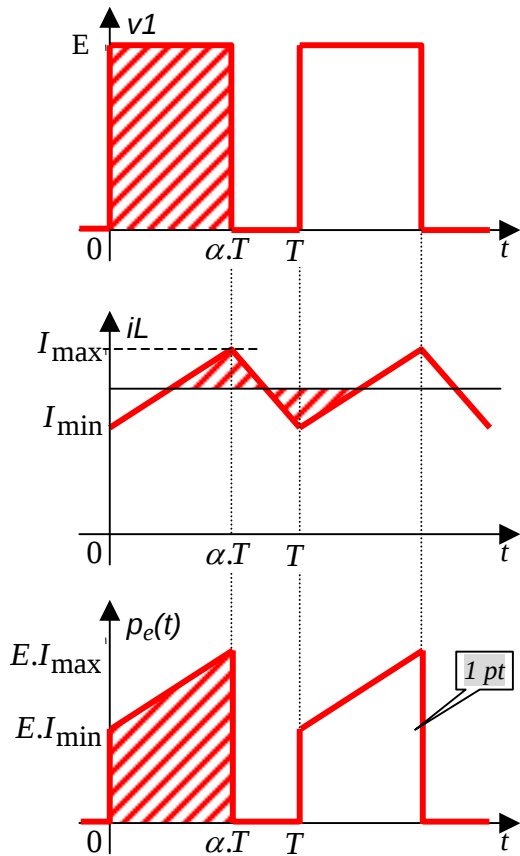
e) La puissance active dans R est $P_R = V_s \cdot I_R$ (Puissance en courant continu).

En appliquant la loi de conservation de la puissance active, en déduire la relation entre la puissance active P_e et la puissance active P_R (expliquer).

De la relation précédente, en déduire l'expression de V_s en fonction de E et α

f) Retrouver le résultat précédent à partir de la relation entre V_s , $V_{L_{moy}}$ et $V_{1_{moy}}$

Corrigé :



a)

$$V_{1_{moy}} = \frac{\text{Aire sous la courbe sur un intervalle d'une période}}{\text{période}}$$

$$\Rightarrow V_{1_{moy}} = \frac{E \cdot \alpha \cdot T}{T} = \alpha \cdot E \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

b) $I_{L_{moy}} = \frac{I_{min} + I_{max}}{2} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$

c) $P_e = \frac{\frac{E \cdot I_{max} + E \cdot I_{min}}{2} \cdot \alpha \cdot T}{T} = E \cdot \alpha \cdot \frac{I_{max} + I_{min}}{2} \quad \boxed{1 \text{ pt}}$

d) $i_R(t) = i_L(t) - i_C(t) \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$

$$\Rightarrow I_{R_{moy}} = I_{L_{moy}} - I_{C_{moy}} = I_{L_{moy}} - 0 \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

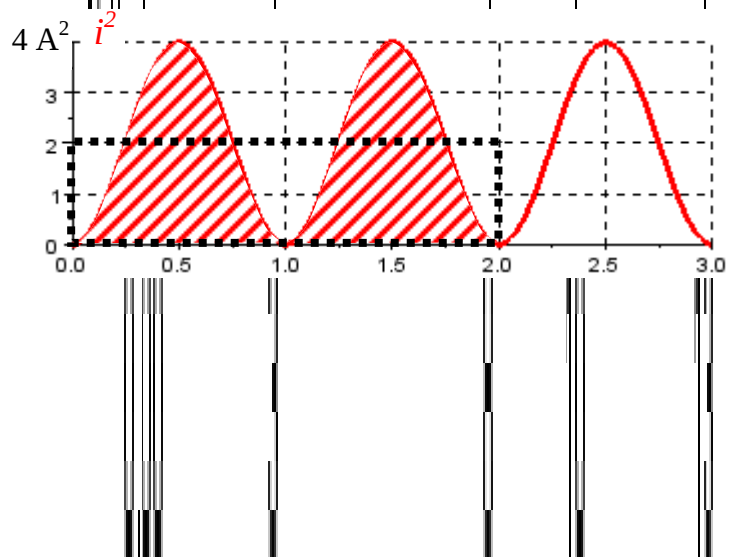
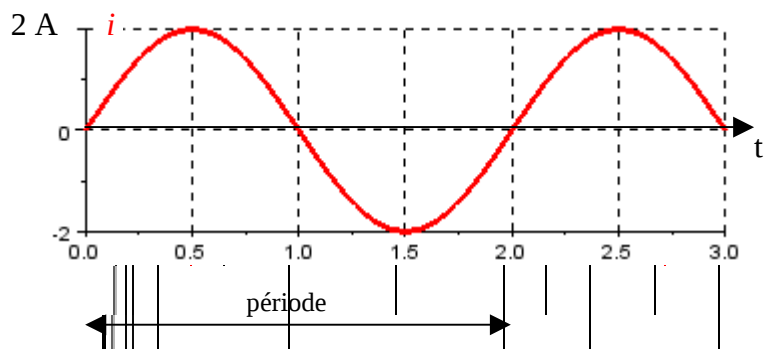
$$\Rightarrow I_{R_{moy}} = I_{L_{moy}} = \frac{I_{min} + I_{max}}{2} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

e) D'après la loi de conservation de la puissance active : $P_e = \underbrace{P_L}_0 + \underbrace{P_C}_0 + P_R = P_R \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$

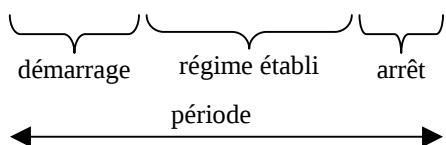
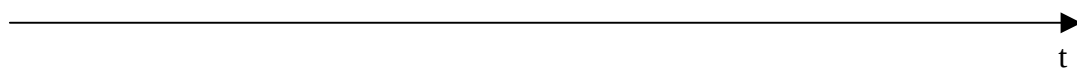
$$\Leftrightarrow P_e = E \cdot \alpha \cdot \frac{I_{max} + I_{min}}{2} = P_R = V_s \cdot I_R = V_s \cdot \frac{I_{min} + I_{max}}{2}$$

$$\Leftrightarrow E \cdot \alpha \cdot \frac{I_{max} + I_{min}}{2} = V_s \cdot \frac{I_{min} + I_{max}}{2} \quad \boxed{\Rightarrow V_s = E \cdot \alpha} \quad \boxed{1 \text{ pt}}$$

f) $v_s(t) = v_1(t) - v_L(t) \Rightarrow V_{s_{moy}} = V_{1_{moy}} - \underbrace{V_{L_{moy}}}_0 \Rightarrow V_s = \alpha \cdot E \quad \boxed{1 \text{ pt}}$

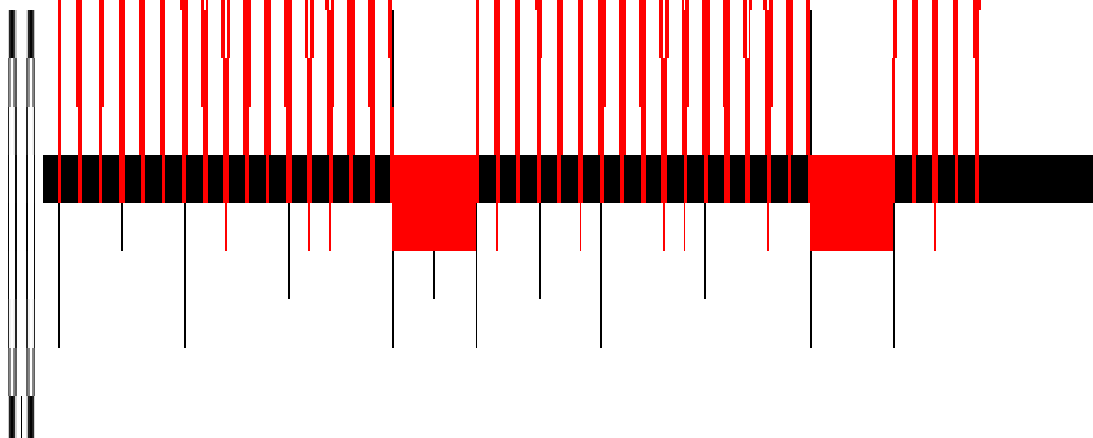


i_m (A)



c) i_m
exe

d) i_m



En
 i_m

d) i_m

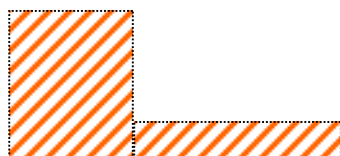
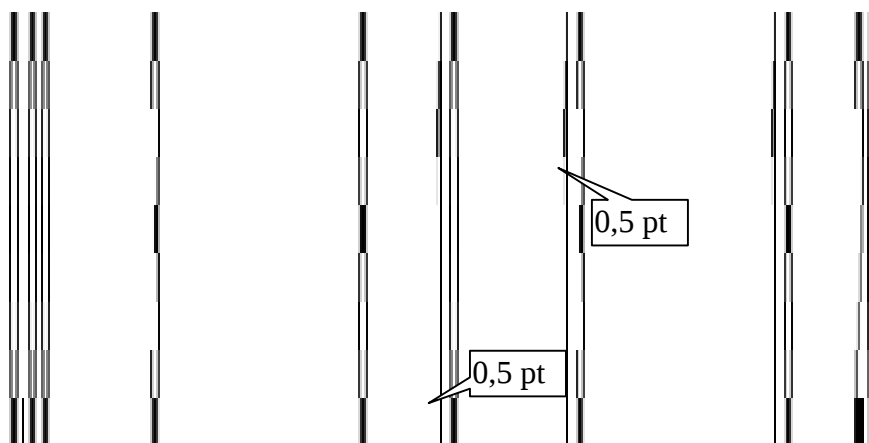
Co

a) i_m

b) i_m
La

c) i_m

d) i_m



$< i_l$

2 pt

$$P = \kappa \cdot i_{m\text{eff}} = \kappa \langle i_m(t) \rangle = \kappa \cdot U_{\text{eff}} = 1,7 \text{ W}$$

1 pt